

# PISA 2012

– Danske unge i en  
international sammenligning

Niels Egelund (red.)



Det Nationale Institut  
for Kommuner og Regioners  
Analyse og Forskning



AARHUS  
UNIVERSITET

INSTITUT FOR UDDANNELSE OG PÆDAGOGIK (DPU)

SFI SURVEY



Niels Egelund (red.)

# **PISA 2012**

Danske unge i en international sammenligning

Publikationen PISA 2012 kan hentes fra hjemmesiden  
[www.kora.dk](http://www.kora.dk)

© KORA og forfatterne

Mindre uddrag, herunder figurer, tabeller og citater, er tilladt med tydelig kildeangivelse. Skrifter, der omtaler, anmelder, citerer eller henviser til nærværende, bedes sendt til KORA.

© Omslag: Mega Design og Monokrom  
Udgiver: KORA  
ISBN:  
Trykt udgave: 978-87-7488-802-4  
Elektronisk udgave: 978-87-7488-804-8  
December 2013

**KORA**  
**Det Nationale Institut for**  
**Kommuners og Regioners Analyse og Forskning**

KORA er en uafhængig statslig institution, hvis formål er at fremme kvalitetsudvikling, bedre ressourceanvendelse og styring i den offentlige sektor.

# Forord

Undervisningsministeriet besluttede i 1997, at Danmark skulle deltage i OECD-programmet PISA – Programme for International Student Assessment – et projekt, der har til hensigt at måle, hvor godt unge mennesker er forberedt til at møde udfordringerne i dagens videns- og informationssamfund, herunder i særdeleshed et ungdomsuddannelsesforløb. De unge, der indgår i den internationale undersøgelse, er 15 år gamle.

OECD besluttede fra starten, at PISA skulle bestå af tre runder, hvor der gennemførtes omfattende kvantitative undersøgelser af survey-typen. Den første runde blev gennemført i 2000 i 32 lande og i 2001 i yderligere 11 lande, hvorved første runde kom op på 43 lande. Første offentliggørelse fandt sted i december 2001. Den anden runde blev gennemført i 2003 i 41 lande, og resultaterne blev offentliggjort i december 2004. Tredje runde blev gennemført i 2006 i 57 lande og offentliggjort i 2007. Inden tredje rundes afslutning blev det besluttet, at der skulle gennemføres yderligere tre runder af PISA, en i 2009, en i 2012 og en i 2015. Den første af disse blev gennemført i 65 lande i 2009 og 10 lande i 2010. Den næste og dermed femte runde er gennemført i 65 lande i 2012. Tilsammen udgør de deltagende lande næsten 90 % af verdensøkonomien.

Afgørende i forbindelse med PISA er, at man ikke vurderer de unges kompetencer ud fra specifikke læseplaners indhold, men i stedet ser på, hvor godt de unge kan bruge deres kunnen i forhold til udfordringer i det virkelige liv, uddannelsesliv, arbejdsliv og fritidsliv, således som dette kan afgøres med test, der gennemføres med papir og blyant eller elektronisk.

PISA gennemføres i Danmark af et konsortium bestående af Det Nationale Institut for Kommuners og Regioners Analyse og Forskning (KORA), Institut for Uddannelse og Pædagogik, Aarhus Universitet (IUP/AU) og SFI – Det Nationale Forskningscenter for Velfærd (SFI). Projektet er styret af en konsortiebestyrelse, som har mindst et medlem fra hver af de deltagende institutioner. Under gennemførelsen af PISA 2012 har bestyrelsesmedlemmerne været analyse- og forskningschef Hans Hummelgaard (AKF), professor Niels Egelund (IUP/AU), afdelingsdirektør Camilla Sanne Andersen samt konstitueret afdelingsdirektør Chantal Pohl Nielsen (SFI Survey). Niels Egelund har indtaget formandsposten. Lektor Lena Lindenskov (IUP/AU) har som leder af hoveddomænet matematik været tilforordnet ved bestyrelsesmøderne.

Undervisningsministeriet finansierer PISA-undersøgelsens gennemførelse, og en repræsentant fra Undervisningsministeriets Kvalitets- og Tilsynsstyrelse er medlem af PISA Governing Board (PGB), hvor OECD fastlægger de overordnede rammer for undersøgelsen sammen med deltagerlandene. Kvalitets- og Tilsynsstyrelsen deltager desuden i de ovennævnte konsortiebestyrelsesmøder og bidrager til kvalitetssikringen af undersøgelsen i Danmark.

Undersøgelsens design og gennemførelse har været forestået af et internationalt konsortium, men de enkelte lande har haft indflydelse på projektet, dels gennem landenes deltagelse i PISA Governing Board, dels gennem projektmedarbejderes konkrete bidrag, fx i form af testmaterialer, og deltagelse i mødevirksomhed omkring projektets detailudformning og gennemførelse. Det internationale konsortium har endvidere stået for skalering af data. Forskere fra det danske PISA-konsortium har bistået med udvikling og afprøvning af test, ligesom de har forestået den vurdering, der sker af åbne opgavetyper i PISA. Medvirkende her har været lektor Elisabeth Arnbak, lektor Eva Davidsen, professor Lena Lindenskov, lektor Jan Mejding og lektor Helene Sørensen, alle IUP.

Det internationale konsortium har trukket på internationale ekspertgrupper og faglige referencegrupper. Danmark har her været repræsenteret i ekspertgruppen for matematik ved professor Mogens Niss, RUC.

Den danske del af dataindsamlingen er forestået af SFI Survey. Stikprøveudtræk, projektledelse omkring dataoparbejdelse samt databearbejdning er forestået af konsulent ved SFI Survey, Monika Klingsbjerg-Besrechel. Forfatterne har hver især haft ansvar for forskellige dele af undersøgelsen, og fordelingen fremgår af indholdsfortegnelsen, hvor den ansvarliges navn fremgår for hvert kapitel.

Ud over forskerne har personale og 7.481 elever ved 339 uddannelsesinstitutioner, repræsentativt udvalgt i Danmark, medvirket i undersøgelsen, og disse takkes for deres bidrag til undersøgelsen.

December 2013

Jan Rose Skaksen  
Direktør (KORA)

Hanne Løngreen  
Instituttleder (IUP, AU)

Agi Csonka  
Direktør (SFI)



**SFI** SURVEY

# Indhold

1	Indledning .....	14
1.1	PISA – en oversigt .....	14
2	Matematik.....	16
2.1	Indledning og oversigt over kapitlet.....	16
2.1.1	PISA er et indikatorprojekt.....	17
2.1.2	Danske elevers tiltro til egne evner i matematik .....	17
2.2	Rammen for matematik i PISA .....	19
2.2.1	De tre processer.....	21
2.2.2	De syv matematiske kompetencer .....	22
2.2.3	De fire matematiske idéområder .....	23
2.2.4	De fire kontekster med situationer .....	24
2.2.5	Opgavetyper.....	24
2.2.6	Fordeling af opgaver .....	25
2.3	Rapportering af elevernes præstationer .....	25
2.3.1	Sværhedsgrad.....	26
2.3.2	Overordnede resultater.....	26
2.3.3	Nordisk sammenligning af gennemsnit over tid .....	29
2.3.4	Præstationsniveauer for danske elever 2012 .....	29
2.3.5	Drenge og pigers præstationer.....	32
2.3.6	Marginalgrupper i Norden.....	33
2.3.7	Sammenligning med Norden og top 5-lande .....	34
2.4	Præstationer på delområder .....	35
2.4.1	Præstationer på de tre processer: formulere, udføre, fortolke .....	35
2.4.2	Præstationer på fortolkning .....	37
2.4.3	Præstationer på formulering .....	38
2.4.4	Præstationer på udførelse .....	39
2.4.5	Præstationer på de fire idéområder.....	40
2.4.6	Præstationer på usikkerhed og data.....	42
2.4.7	Præstationer på størrelser.....	43
2.4.8	Præstationer på rum og form.....	44
2.4.9	Præstationer på forandringer og sammenhænge .....	45
2.4.10	Kommentar .....	46
2.5	Eksempler på matematikopgaver i PISA 2012 .....	46
2.5.1	Cyklisten Helle [PM957Q01] .....	46
2.5.2	Sovs [PM924Q02].....	48
2.5.3	Salg af aviser [PM994Q03].....	50
2.5.4	Dråbeastighed [PM903Q02; PM903Q03] .....	52
2.5.5	Vindkraft [PM922Q03] .....	53
2.6	Overensstemmelse mellem præstation og tiltro til egne evner .....	55
2.6.1	Tiltro til egne evner i de andre nordiske lande og top 5-landene.....	55
2.7	Andre affektive baggrundsvariable som mulige forklarings-modeller.....	56

2.7.1	Oversigt .....	57
2.7.2	Matematik-selvforestillinger, tendenser og deltagelse i matematiske aktiviteter [Dk] .....	58
2.7.3	Sammenligning med de andre nordiske lande og top 5-landene.....	59
2.7.4	Drivkraft og motivation samt engagement i og med skolen [DK] .....	61
2.7.5	Sammenligning med de andre nordiske lande og top 5-landene.....	62
2.7.6	Underviseres adfærd i klasserumssituationer.....	62
2.7.7	Sammenligning med de andre nordiske lande og top 5-landene.....	63
2.8	Delkonklusion.....	64
2.9	Diskussion af resultater .....	64
2.10	Konklusion og perspektiver.....	68
2.11	Referencer.....	69
2.12	Appendiks.....	71
<b>3</b>	<b>Læsning.....</b>	<b>86</b>
3.1	Danske elever i en international sammenligning .....	88
3.2	Fordelingen af danske elever på de syv niveauer på læseskalaen .....	90
3.3	Læsefærdigheder blandt danske drenge og piger .....	91
3.4	Danmark og resten af Norden .....	92
3.5	Spredning i elevfærdigheder i Norden .....	93
3.6	Kønssforskelle i læsefærdigheder i Norden .....	95
3.7	Referencer.....	96
<b>4</b>	<b>Naturvidenskab .....</b>	<b>97</b>
4.1	Indledning .....	97
4.1.1	PISA's framework .....	97
4.1.2	Kort om hvordan opgaverne er konstrueret.....	99
4.2	Resultater.....	100
4.2.1	Kønssforskelle i præstationer .....	104
4.3	Sammenfatning og perspektivering .....	107
4.4	Referencer.....	107
<b>5</b>	<b>Sammenhæng mellem elevernes matematikfærdigheder, deres hjemmebaggrund og skoleforløb .....</b>	<b>109</b>
5.1	Indledning .....	109
5.2	Matematikfærdigheder og socioøkonomisk status .....	110
5.2.1	Udvikling i matematikscoren over tid i relation til socioøkonomiske faktorer .....	110
5.2.2	Matematikfærdigheder og forskellige socioøkonomiske faktorer .....	112
5.2.3	Elevernes økonomiske, sociale og kulturelle status (ESCS) .....	114
5.2.4	En samlet analyse af elevernes socioøkonomiske baggrund og matematikfærdigheder .....	118
5.2.5	Sammenhæng mellem matematikfærdigheder og etnicitet samt sprog talt i hjemmet .....	121
5.2.6	Mønsterbrydere .....	121

5.3	Betydningen af skolens gennemsnitlige socioøkonomiske sammensætning for elevernes matematikfærdigheder .....	123
5.3.1	Varians i elevernes matematikscore inden for skoler og mellem skoler .....	125
5.4	Ekstraundervisning og særlige vanskeligheder ved matematik.....	126
5.4.1	Karakteristik af elever, der har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af skoletiden .....	127
5.4.2	Karakteristik af elever, der har svære vanskeligheder i matematik som fx talblindhed eller dyskalkuli .....	130
5.5	Indlæringsmiljø og skolemiljø .....	133
5.5.1	At komme for sent og udeblive fra undervisning .....	133
5.5.2	Disciplinært miljø .....	135
5.5.3	Lærer-elev-relationen.....	137
5.5.4	Lærerens forventninger til, udfordring af og ambitioner for eleven ....	139
5.5.5	Lærerfaktorer som rapporteret af skolelederen .....	141
5.5.6	Samlet analyse af forskellige aspekter ved indlærings- og skolemiljøet.....	143
5.6	Matematiklærernes undervisningsstrategier .....	144
5.6.1	Matematiklærernes brug af undervisningsstrategier og elevernes færdighedsniveau .....	147
5.7	Elevevaluering.....	148
5.7.1	Hvad bruges elevevalueringer til på skolerne.....	149
5.8	Sammenfatning .....	151
5.9	Referencer .....	152
<b>6</b>	<b>Metode og datakvalitet i PISA 2012 .....</b>	<b>154</b>
6.1	Undersøgelsens målgruppe.....	154
6.2	Testopgaver og spørgeskemaer .....	154
6.3	Stikprøveudtrækket i PISA .....	154
6.4	Stratificering .....	155
6.5	Deltagelse på skoleniveau og elevniveau .....	156
6.6	Specielle undervisningsbehov (SEN, Special Education Needs) – Fritagelse af skoler og elever .....	157
6.7	Den praktiske gennemførelse af dataindsamlingen .....	158
6.8	Pilotundersøgelse.....	159
6.9	Datakvalitet .....	160
6.10	Pålidelighed .....	160
6.11	Validitet .....	160
6.12	Repræsentativitet .....	161
6.13	Databasen .....	162



# Sammenfatning

*Af Niels Egelund*

PISA-programmet (Programme for International Student Assessment) er etableret i et samarbejde blandt regeringer i OECD-medlemslande, og formålet med programmet er at måle, hvor godt unge mennesker er forberedt til at møde udfordringerne i dagens informationssamfund. PISA-testen er karakteristisk ved, at den ikke vurderer kompetencerne ud fra specifikke læseplaners indhold, men i stedet ser på, hvor godt de unge kan bruge deres kunnen i forhold til udfordringer i det virkelige liv.

Der er indgået 65 lande i den hermed rapporterede femte runde af PISA, "PISA 2012".

Resultaterne fra PISA vedrører tre faglige områder, i undersøgelsen kaldet domæner, og de omfatter læsning, matematik og naturvidenskab. I PISA 2012 er matematik hoveddomænet, der derfor dækkes mest grundigt. PISA lægger vægt på en vurdering af elevernes evne til at reflektere over deres kundskaber og erfaringer og til at behandle emner i forhold til deres eget liv. For matematik gælder, at det omfatter evnen til at kunne ræsonnere matematisk og gøre brug af matematiske begreber, procedurer, kendsgerninger og redskaber til at beskrive, forklare og forudsige fænomener. Evnen er dermed en hjælp til at erkende den rolle, som matematik spiller i verden, og til at foretage og træffe velfunderede vurderinger og beslutninger som konstruktive, engagerede og reflekterende borgere. PISA 2012 rummer endvidere en test af problemløsningskompetence, som vil blive afrapporteret i foråret 2014.

Ud over domænerne indgår baggrundoplysninger afgivet af eleverne, omfattende elevernes klassetrin, køn, familiebaggrund, socioøkonomiske baggrund, sprog talt i hjemmet, immigrantstatus, fritidsaktiviteter samt holdninger til skolegang. Videre indgår elevernes kendskab til og erfaringer med IT, ligesom skolelederne har leveret oplysninger vedrørende skolerne og lærerne.

PISA er designet til at forsyne uddannelsespolitikere, uddannelsesadministratorer og praktikere med en omfattende vurdering af læringsresultater målt ved slutningen af den undervisningspligtige periode. Vurderingen sker i sammenlignelige tal, der kan vejlede ved politiske beslutninger og ressourceallokeringer, og PISA kan give indsigt i den blanding af faktorer, der opererer ensartet eller forskelligt hen over lande og regioner.

I den danske del af PISA er der indgået 7.481 15-16-årige elever fra 339 uddannelsesinstitutioner, og der indgår både offentlige skoler og frie skoler. Der er i forbindelse med dataindsamlingen inddraget et ekstra stort antal skoler med tosprogede elever for at få en større dækning af disse elevers baggrund og kompetencer. Ved hjælp af en såkaldt vægtning af de indgående elevers bidrag til den totale datamængde er det sikret, at data udgør et repræsentativt udsnit af danske elever. Der er i forbindelse med den danske PISA testning undtaget 6,18 % elever på grund af faglige, sociale eller fysiske handicap. Danmark er, som i 2009, et af de 65 deltagende lande, som har undtaget flest elever, selv om der i 2012 er udarbejdet nogle særlige testhefter for elever med særlige behov i almenklasser, specialklasser og på specialskoler.

## Resultaterne i matematik

PISA tester 15-16-åriges evne til at formulere, udføre og fortolke matematik i en mangfoldighed af sammenhænge. Det omfatter at kunne ræsonnere matematisk og gøre brug af matematiske begreber, procedurer, kendsgerninger og redskaber til at beskrive, forklare og forudsige fænomener. Dette er vigtigt på grund af den rolle, som matematik spiller i verden, hvor man som konstruktive, engagerede og reflekterende borgere skal kunne foretage og træffe velfunderede vurderinger og beslutninger

De danske elever opnår i matematik i 2012 at få 500 point på PISA-skalaen. Dette resultat ligger over OECD-gennemsnittet, der fra 2003 er faldet fra 500 til 494. Det nye danske resultat ligger imidlertid lavere end i de tidligere PISA-undersøgelser, hvor resultatet i 2003 var 514, i 2006 513 og i 2009 503. Dette gradvise fald ses også i alle de andre nordiske lande, hvor Finland sammen med Sverige udviser den største tilbagegang. Samlet set er det karakteristisk, at de syv bedst præsterende lande alle er beliggende i Sydøstasien.

Den lavere danske placering i 2012 hænger som i 2009 først og fremmest sammen med, at grupperne af højtpræsterende elever er blevet mindre, samt at grupperne af svagt præsterende elever er blevet større. Det, der kendetegner de sydøstasiatiske lande, er både, at de har særdeles mange højt præsterende og relativt få lavt præsterende elever.

Det er i Danmark 17 % af eleverne, som ikke opnår at have funktionel matematikkompetence – i 2003 var andelen 15 %. I Finland er andelen i 2012 12 %, mens den i 2003 var 7 %. De to højest præsterende grupper udgør for Danmark i årene 2003 og 2012 henholdsvis 16 % og 10 %. I Finland er de tilsvarende tal 24 % og 15 %. Det bedst præsterende land (provins) Shanghai har 4 % uden funktionel matematikkompetence og 55 % i de to højest præsterende grupper.

Der er, som i tidligere runder af PISA, en markant kønsforskel, idet drengene klarer sig 14 point bedre end pigerne. Danmark er det eneste land i Norden, der har en så stor kønsforskel.

I matematik indgår testning i tre matematiske procesområder: at udføre beregninger og andre problemstillinger, at formulere matematiske problemer og at fortolke svar på matematiske problemer. Danske elever er relativt bedst til at fortolke og relativt dårligst til at udføre. Gennemsnittene på de tre områder er 508 for fortolkning, 502 for formulering og 495 for at udføre.

Der sker også en opdeling på fem såkaldte matematiske idéområder: forandringer og sammenhænge, rum og form, størrelser, usikkerhed og data og de danske elever klarer sig her relativt bedst ved usikkerhed og data og dårligst ved forandringer og sammenhænge.

Matematikområdet belyses også med elevernes matematiske selvforestillinger og deltagelse i matematiske aktiviteter. Det viser sig, at Danmark har en relativt lav andel af elever, der er bekymrede for, at de vil have svært ved at følge med i matematiktimerne. De danske elevers selvopfattelse af matematisk kompetence er høj, også i forhold til de højest placerede lande i PISA. Danske elever ligger lavt med hensyn til at udvikle computerprogrammer – og til at spille skak. Det er et interessant træk, at Danmark ligger meget højt med hensyn til andelen af elever, der har besluttet sig til at tage en videregående uddannelse, hvor matematikfærdigheder er nødvendige.

I forhold til Sydøstasien er der også andre interessante fund. I de nordiske lande er der en relativt større procentdel af elever, som siger, at de fleste af deres venner klarer sig godt i matematik, end der er elever, som siger, at de fleste af deres venner arbejder hårdt i matematik. For Sydøstasien er dette billede det omvendte; her mener eleverne, at der er flere af deres venner, der arbejder hårdt, end der klarer sig godt. I de nordiske lande er det kun et fåtal af eleverne, der mener, at deres venner synes, det er sjovt at have matematikprøver – et

sådant synspunkt er mere udbredt i Sydøstasien. For vedholdenhed tegner der sig et billede af, at eleverne i Sydøstasien i højere grad fastholder interessen for de opgaver, de går i gang med, at de i mindre grad udskyder vanskelige opgaver og problemer, samt at de i højere grad er villige til at arbejde med en opgave, indtil alt er perfekt. Danmark ligger under OECD-gennemsnittet for samtlige spørgsmål, der vedrører vedholdenhed.

Undervisernes adfærd i klasserumssituationer, som den opleves af eleverne, indgår også i PISA-undersøgelsen. Det er karakteristisk at danske elever i mindre grad end de nordiske og de sydøstasiatiske elever oplever at blive bedt om at bestemme sig for deres egne procedurer til kompleks problemløsning. Især i Shanghai og Singapore er der mere fokus på at stille opgaver, hvortil der ikke er nogen umiddelbar og åbenlys løsningsmetode, at præsentere opgaver i mange forskellige kontekster, at stille opgaver, som kan løses på flere forskellige måder, samt at hjælpe eleverne til at lære af deres fejl. I Danmark er andelen af elever, der skal præsentere deres matematiske tænkning og ræsonnementer, kun cirka halvt så stor, som den er i Shanghai, Singapore, Finland, Norge og Sverige. Endvidere gælder, at danske skoleelever sjældent oplever, at en matematiktime begynder med et resumé af, hvad der blev behandlet i forrige lektion. Dette er i langt højere grad kutyme i Sydøstasien, hvor det også er mere almindeligt, at man beder elever om at assistere i planlægningen af aktiviteter.

Også hvad evaluering angår, er der interessante forskelle. Der er i Shanghai, Singapore og Taiwan større tradition for at give eleverne feedback om, hvor deres styrker og svagheder i matematik er, end i Norden. Det mest bemærkelsesværdige er dog, at denne feedback, når den finder sted, forekommer at være væsentligt mere konstruktiv i Sydøstasien end i Danmark, idet de sydøstasiatiske elever oplever, at de i højere grad får at vide, hvad de skal gøre for at blive bedre i matematik. Danske elever oplever i det hele taget, at der er en lav grad af undervisningsdifferentiering.

Alt i alt gælder, at når PISA 2012 indikerer et fald for elever i udskolingen, specielt med hensyn til højt præsterende elever, tyder det på, at nogle af de højt præsterende elever i matematik i løbet af mellemtrinnet mister interesse og ihærdighed og ikke udnytter deres potentialer for matematiklæring. Det tyder på, at den undervisningsdifferentiering, der i dag er rettet imod de bedst præsterende elever, er utilstrækkelig og burde korrigeres, så disse elever kunne udfordres med et stærkere læringsudbytte til følge. Denne hypotese støttes i nogen grad af de baggrundsvariable, der omhandler elevinvolvering og undervisningsdifferentiering.

## Resultaterne i læsning

Læsning, der i et moderne informationssamfund er en forudsætning for videnstilegnelse, vidensdeling og samfundsdeltagelse, er bidomæne i PISA 2012. PISA-testen i læsning undersøger læsekompetencer i forskellige hverdagssammenhænge. Helt specifikt undersøges kompetencer i at finde og uddrage informationer, at sammenkæde og fortolke informationer og at reflektere over og vurdere informationer. I PISA anvendes endvidere begrebet funktionel læsekompetence, som defineres ved, at en person forstår, kan anvende, reflektere over og engagere sig i indholdet af skrevne tekster, så man kan nå sine mål, udvikle sin viden og sine muligheder og kan deltage aktivt i samfundslivet.

I gennemsnit opnår danske elever i 2012 496 point på PISA-skalaen, hvad der svarer til OECD-gennemsnittet i 2012. I forhold til de tidligere PISA-testninger er resultaterne stort set uændrede. I 2000 opnåedes 497 point, faldende til 492 point i 2003 og så stigende til 494 point i 2006 og 495 point i 2009. Forskellene er dog ikke store nok til at være statistisk signifikante. Hvis man sammenligner med de andre nordiske lande gælder, at Finland, Sverige og Island er blevet signifikant dårligere, især over de seneste seks år. De fem øverste placeringer i læsning indtages af lande fra Sydøstasien med Shanghai i den absolutte top.

Der er en svag tendens til, at andelen uden funktionelle læsekompetencer er blevet mindre, og den udgør i 2012 15 %, mens den i 2000 udgjorde 18 %. For de stærkeste elevgrupper er der derimod sket et fald i læsekompetencerne. De udgør i 2012 5 %, mens de i 2000 androg 8 %. Piger scorer 31 point mere end drengene i læsetesten, en markant forskel, der dog er mindre end OECD-gennemsnittet.

Kønsforskellen i Danmark har været stigende over årene, og den gør sig især gældende i bunden og i toppen af læseskalaen, hvor der i bunden er næsten dobbelt så mange drenge som piger og i toppen er dobbelt så mange piger som drenge.

## Resultaterne i naturvidenskab

Naturvidenskab indgår i PISA med det fokus, der er svaret på spørgsmålet: "Hvad er vigtigt for borgere at kunne, vurdere og gøre i situationer, som involverer naturvidenskab og teknik?" Spørgsmålet vedrører ikke kun faglig viden om naturvidenskabelige teorier og begreber, men også hvad unge mennesker skal være i stand til som voksne – fx at handle i forhold til en teknologisk dagligdag og at kunne deltage i beslutningsprocesser som borgere i et demokratisk samfund. Også for naturvidenskab gælder, at der opereres med begrebet manglende funktionelle naturvidenskabelige kompetencer. Der opereres med tre nøglekompetencer: at kunne identificere naturvidenskabelige spørgsmål, at kunne forklare fænomener ud fra naturvidenskab og at kunne bruge naturvidenskabelig evidens.

For naturfag gælder, at Danmark i 2012 opnår 498 point. Resultatet ligger på OECD's gennemsnit og er stort set på samme niveau som i 2006 og 2009, hvor resultatet var henholdsvis 496 og 499. Dette niveau er signifikant højere end i 2000 og 2003, hvor Danmark opnåede henholdsvis 481 og 475, en stigning der formentlig skyldes indføring af faget natur/teknik på indskoling og mellemtrin i 1995. I forhold til de nordiske lande ligger Danmark signifikant under Finland, der dog selv er gået signifikant tilbage over de sidste to PISA-runder, lidt over Norge og signifikant over Sverige og Island. Shanghai ligger også i naturvidenskab i den absolutte top, men det er i øvrigt bemærkelsesværdigt, at et nyt deltagerland, Vietnam, kommer ind på 8. pladsen. De øverste fire placeringer indtages af lande i Sydøstasien.

Der er i 2012 en andel på 17 % af de danske elever, som ikke opnår niveauet for funktionel kompetence i naturvidenskab, hvor andelen i 2006 og 2009 var henholdsvis 19 % og 17 %, en forskel der dog ikke var statistisk sikker. I Finland er der i 2012 tale om 8 %, der ikke opnår funktionel naturvidenskabskompetence, mens andelen i 2009 var 6,0 %.

For OECD som helhed er der en ubetydelig forskel i naturfagsresultaterne på 1 point i drengenes favør, men for Danmark gælder, at drengene klarer sig 10 point bedre end pigerne. Seks lande har en større kønsforskul til fordel for drenge. I de øvrige nordiske lande klarer pigerne sig bedre end drengene, og i Sverige og Finland er forskellen signifikant. De tre lande, hvor pigerne klarer sig mere end 20 point bedre end drengene, er mellemøstlige eller arabiske lande.

## Elevbaggrundens betydning for matematikfærdighederne

Socioøkonomisk baggrund, målt ved økonomisk, social og kulturel status som fx forældrenes uddannelse og erhvervs-mæssige status eller uddannelses-mæssige ressourcer, spiller en rolle i forhold til elevernes opnåede matematikfærdigheder. I Danmark forklares ca. 16 procent af variationen i de danske elevers matematikfærdigheder med elevernes socioøkonomiske baggrund. Dette svarer til gennemsnittet for OECD-landene, men er noget over niveauet i de øvrige nordiske lande. Betydningen af elevernes socioøkonomiske baggrund for deres matematikfærdigheder er således noget større i Danmark sammenholdt med de andre nordiske lande. Der er sket et fald i de danske elevers gennemsnitlige matematikscore mellem 2003 og

2012. Faldet er imidlertid størst blandt elever fra mere ressourcestærke hjem, mens der for elever fra de mest ressourcesvage hjem ikke er set et signifikant fald i matematikscoren mellem 2003 og 2012. En lignende tendens ses på tværs af OECD-landene.

Skolens elevsammensætning – målt ved elevernes gennemsnitlige socioøkonomiske baggrund – har også betydning for, hvordan eleverne klarer sig i matematik. Danmark har i lighed med de øvrige nordiske lande en stor andel af skoler med et blandet elevgrundlag målt i forhold til elevernes socioøkonomiske baggrunde. I de fleste andre lande er skolerne mere forskellige ved at nogle skoler har mange ressourcestærke elever, mens andre har mange ressourcesvage elever. Danske elever klarer sig dårligere i matematik jo større andel af ressourcesvage elever, der er på deres skole - selv efter korrektion for elevens egen socioøkonomiske baggrund. Denne tendens er klarere i Danmark end i de øvrige nordiske lande. Effekten af skolens samlede socioøkonomiske elevbaggrund er dog betydeligt mindre i Danmark end i OECD-landene som gennemsnit. I OECD-landene som gennemsnit ses meget større forskelle i matematikfærdigheder skolerne imellem.

I de danske elevspørgeskemaer indgår to spørgsmål til eleverne, som *ikke* indgår i de andre landes elevspørgeskemaer. I det ene spørges der, om eleven har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af sin skoletid og i givet fald på hvor mange klassetrin. I det andet spørges der, om eleven har svære matematikvanskeligheder. Analyserne viser, at elever, der har modtaget ekstra støtte, eller som har svære matematikvanskeligheder, opnår en lavere matematikscore ved 15-årsalderen end andre elever. De opnår endvidere lavere scorer i læsning og naturfag. Flere piger end drenge har fået støtte eller har matematikvanskeligheder. Elever, der har fået støtte, eller som har matematikvanskeligheder, kommer oftere fra mere ressourcesvage familier. De er oftere første- eller andengenerationsindvandrere og taler oftere et andet sprog end dansk i hjemmet. Elever, som har modtaget specialundervisning eller ekstra matematikstøtte, er mindre positive overfor matematik og har en mindre positiv holdning overfor skolen og mindre gode lærerrelationer.

Indlærings- og skolemiljøet har været meget diskuteret i Danmark på det seneste. Der er foretaget analyser af sammenhængen mellem forskellige aspekter ved skolemiljøet og elevernes matematikscore. Korrigeret for elevernes socioøkonomiske baggrund ses den stærkeste sammenhæng i forhold til det disciplinære miljø på skolen. Elever på skoler, hvor en stor del af eleverne svarer, at de ofte oplever problemer med, at klassens elever ikke hører efter, hvad læreren siger, at der er støj og uro, og at læreren må vente lang tid, inden eleverne falder til ro, opnår en lavere matematikscore sammenholdt med elever på skoler, hvor sådanne disciplinære problemer er mindre udtalte. Der ses en lille forbedring mellem 2003 og 2012 i, hvor ofte eleverne oplever problemer med disciplinen i timerne.

Eleverne er blevet stillet en række spørgsmål om deres matematiklærers undervisningsstrategier. Læreren brug af kognitiv aktivering, hvor eleverne fx bedes forklare, hvordan de har løst en opgave, eller finde egne metoder til opgaveløsning, har en positiv sammenhæng med elevernes matematikscore. Lærernes brug heraf ligger på OECD-gennemsnittet. I Danmark bruger lærerne oftere elevinvolvering i undervisningen sammenholdt med de andre OECD-lande, men uden store forskelle fra Sverige, Norge og Island. Finland ligger på OECD-gennemsnittet. Undervisningsstrategien elevinvolvering, som relaterer sig til brugen af undervisningsdifferentiering og brug af gruppearbejde, bruges sjældent i Shanghai-Kina og Hong Kong. Der ses – noget overraskende – en negativ sammenhæng mellem elevinvolvering og elevernes matematikscore. Der ses ligeledes negative sammenhænge mellem elevernes matematikscore og brug af hhv. elevvurdering (bl.a. hvor ofte læreren giver feedback og fortæller, hvad eleverne kan gøre for at blive bedre i matematik) og elevinstruktion (bl.a. hvor ofte læreren opstiller klare mål for indlæringen og tjekker, om eleverne har forstået det, der er undervist i). Man skal være opmærksom på, at de beskrevne sammenhænge ikke angiver årsagssammenhænge. Det er således ikke nødvendigvis de forskellige undervisningsstrategier, som afstedkommer bestemte matematikscorer, det kan også være bestemte matematikscorer, som afstedkommer undervisningsstrategierne.

Analyserne viser da også, at forskellige elever modtager forskellige undervisningsformer, og at elever med svagere matematikfærdigheder fx oftere modtager feedback eller får opstillet klare mål for deres indlæring sammenholdt med elever på et højere færdighedsniveau.

Endelig er der set på skolernes brug af eleverevaluering. Danmark adskiller sig sammen med Finland ved at anvende eleverevalueringer i mindre grad end resten af OECD-landene. De bruges relativt ofte i lande som Singapore og Hong Kong, især for at tage stilling til gruppering af elever og bedømmelse af læreres effektivitet. Danmark udskiller sig i øvrigt ved at være det land blandt samtlige deltagende lande i PISA-undersøgelserne med besvarelser både i 2003 og 2012, hvor der er sket den største stigning i brugen af eleverevalueringer mellem de to år, formentlig på grund af lovændringerne i 2006.

# 1 Indledning

## OECD-programmet PISA (Programme for International Student Assessment)

*Af Niels Egelund*

### 1.1 PISA – en oversigt

Er elever godt forberedte til at møde fremtidens udfordringer? Kan de analysere, forstå og kommunikere deres idéer effektivt? Har de fundet interesser, som de kan forfølge gennem deres liv som produktive medlemmer af deres samfund? Det er disse spørgsmål, som PISA-programmet hvert tredje år søger at besvare gennem undersøgelser af nøglekompetencer hos 15-årige unge i samtlige OECD-lande samt en række partnerlande. I PISA 2012 indgår i alt 65 lande og økonomier.

Danmark har deltaget i internationale sammenligninger af elevfærdigheder samt de ressourcer, der anvendes til uddannelse, gennem en periode på godt 20 år. IEA-læseprøver (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement) blev gennemført i starten af 1990'erne, og senere kom TIMSS (IEA's Trends in International Mathematics and Science Study), hvor færdigheder i matematik og naturvidenskab blev målt. Fra 2006 har Danmark også deltaget i PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study). Endvidere har OECD regelmæssigt offentliggjort ressourceforbrug samt gennemførelsesmønstre i medlemslandenes uddannelsessystemer i publikationen "Education at a Glance".

Resultaterne fra de internationale sammenligninger er i Danmark, som i en del andre lande, i særdeleshed i starten blevet mødt med en del skepsis, der først og fremmest bunder i forbehold over for muligheden af at måle og vurdere på tværs af kulturelle forskelle i uddannelsessystemernes værdier, strukturer og læseplaner.

I Danmark besluttedes det politisk i slutningen af 1997, at man – fortsat – skulle indgå i internationale sammenligninger, og at man ville satse på, at også de almene – personlige og sociale – kompetencer skulle indgå i målingerne.

PISA-programmet er etableret i et samarbejde blandt OECD-medlemslande og en række andre lande. Formålet med programmet er at måle, hvor godt unge mennesker er forberedt til at møde udfordringerne i dagens informationssamfund samt at lære af andre lande. Programmet består af undersøgelsesrunder af survey-typen, der gennemføres hvert tredje år. Den første runde blev gennemført i 2000, og 2012 er femte runde, hvor 65 lande har deltaget. PISA udgør dermed den hidtil mest omfattende og dybtgående vurdering af unges kunnen.

PISA undersøger unge menneskers kompetencer nær ved slutningen af den undervisningspligtige periode. De unge, der er indgået i de internationale PISA-undersøgelser i såvel 2000, 2003, 2006, 2009 og 2012, har på undersøgelsestidspunktet i det sene forår været 15 år gamle. PISA er karakteristisk ved, at den ikke vurderer kompetencerne ud fra specifikke læseplaners indhold, men i stedet ser på, hvor godt de unge kan bruge deres kunnen i forhold til udfordringer i det virkelige liv, således som det kan måles med de bedste test, der på undersøgelsestidspunktet er til rådighed. Vurderingerne sker udelukkende ud fra skriftlige test, som er gennemført under ensartede, prøvelignende forhold på de unges skoler.

Som nævnt ovenfor er undersøgelserne gentaget i nu fem omgange, og formålet hermed har primært været at gøre det muligt for beslutningstagerne i de deltagende lande at bedømme ikke bare deres uddannelsessystemers resultater, men også at få et indtryk af udviklingen over tid – om fx en intensiveret satsning på nogle bestemte felter giver sig udslag i forbedrede resultater. Endvidere har hver af de fem undersøgelsesrunder fokuseret særligt grundigt på et af de tre hovedområder, kaldet "domæner", der testes: læsning, matematik og naturvidenskab. Ud over elevernes testresultater er der indsamlet en række oplysninger om elevernes erfaringer og oplevelser, ligesom der indgår informationer om elevernes hjemmeforhold og om deres skoler samt selvrapporterede IT-kompetencer. Dette gør PISA til et stærkt værktøj i bedømmelsen af, hvad der for elever og uddannelsessystemet som helhed fører til gode resultater.



## 2 Matematik

Af Lena Lindenskov og Uffe Thomas Jankvist

### 2.1 Indledning og oversigt over kapitlet

I PISA 2012 er hovedvægten lagt på matematik ligesom i PISA 2003. Det betyder, at elevopgaverne dækker hele det matematiske område, og at alle elever besvarer opgaver i matematik. Det betyder også, at der i spørgeskemaerne til elever og skoleledere er specifikke spørgsmål om matematik, matematiklæring, prioriteringer i matematikundervisningen og skolens matematiske profil. Nogle af disse spørgsmål var også med i PISA 2003. Det giver fx mulighed for at vise ændringer fra 2003 til 2012 både i danske elevers tiltro til deres egen matematiske formåen i forhold til en række forestillede problemer og i danske elevers matematiske præstationer målt på, hvordan de løser forelagte problemer.

*Mathematical literacy* handler om at være i stand til at agere matematisk på relevante måder, og det handler også om at være parat til at agere og om at ville agere. Derfor er både elevernes faktisk gennemførte formåen og elevernes tiltro til egne evner relevante indikatorer på *mathematical literacy*. Der er risiko for, at elever, der kan præstere godt, men mangler tiltro til, at de kan, vil undlade at bruge deres kunnen og indsigt og dermed ikke vedligeholder det, de kan. Omvendt er der risiko for, at elever, der har stor tiltro til, at de kan præstere godt, men faktisk ikke kan, kommer til at overvurdere sig selv, og derfor når eleverne ikke at udnytte mulighederne i skolen for at dygtiggøre sig. Dermed er der risiko for, at eleverne ikke får udfoldet deres potentialer for matematiklæring.

For at understrege, at der i PISA 2012 også er resultater om affektive variable, starter vi med at se på tiltroen til egen formåen blandt danske 15-årige i 2003 og blandt danske 15-årige i 2012.

Derefter kommer der en beskrivelse af, hvordan matematisk kompetence forstås og måles i PISA ifølge den teoretiske ramme (*framework*).

Så rapporteres om danske elevers præstationer samlet for hele det matematiske område, hvilke sammenlignes på nordisk basis. Der ses på marginalgrupper og på køn, samt sammenligninger over tid.

Derefter sammenlignes også med top 5-landene, og der angives resultater på køn. Elevpræstationerne på hver enkelt af grundelementerne i *mathematical literacy* i PISA præsenteres, og i den forbindelse gennemgås fem frigivne PISA-opgaver, som kan eksemplificere grundelementerne.

Som sagt drejer resultaterne sig både – kognitivt - om elevernes præstationer i opgaverne og – affektivt - om elevernes opfattelser. De to slags resultater behandles derefter samlet i et afsnit om overensstemmelse mellem præstationer og opfattelser, og hvor der præsenteres uddybede resultater om forhold som selvopfattelse, hjælpsomhed, drivkraft og motivation. Her præsenteres også resultater om elevernes opfattelse af deres undervisning. Der afsluttes med diskussion, perspektivering og konklusion.

Samlet set er der således præsentationer af resultater om danske elevers præstationer og opfattelser, og disse sammenlignes med præstationer og opfattelser i de andre nordiske lande og i de lande/områder, hvor eleverne præsterer højest, nemlig Shanghai, Singapore, Hong Kong, Taiwan og Sydkorea. Vi giver nogle mulige forklaringer hentet fra anden forskning om

matematikundervisning i Norden og i Sydøstasien som en perspektivering af de anførte resultater.

### 2.1.1 PISA er et indikatorprojekt

I bestræbelser på at måle 'det virkelige livs' kompetencer, sådan som definitionen på fx *mathematical literacy* tilsiger, er der en hel del udfordringer. Det må understreges, at PISA er et indikatorprojekt. I et indikatorprojekt som PISA måles der ikke i naturtro kontekster – på hospital, til vælgerforeningsmøde eller i familien. I stedet formuleres der nogle opgaver og spørgsmål, hvor svarene kan give indikationer på, hvordan deltagerne vil agere med deres kompetencer i kontekster og situationer i 'det virkelige liv', som beskrevet i den teoretiske ramme. Foreslåede opgaver og spørgsmål vurderes af den internationale ekspertgruppe på deres relevans, hvorefter de indgår i en pilotfase, hvor mange opgaver og spørgsmål afprøves i alle lande, ligesom repræsentanter fra landene vurderer, om opgaver og spørgsmål vil kunne vække en vis interesse hos 15.-årige. Resultaterne vurderes, og et bredt udvalg af de mest egnede opgaver og spørgsmål udvælges til at indgå i selve undersøgelsen med de samme opgaver og spørgsmål i alle lande.

### 2.1.2 Danske elevers tiltro til egne evner i matematik

Elevers tiltro til egen matematiske formåen i forhold til en række forestillede problemer betegnes på engelsk som *self-efficacy*. Eleverne bliver bedt om at tage stilling til deres egne evner i forhold til at kunne benytte sig af tog- og busplaner, udregne procentvis besparelse ved køb af ting med rabat, udregne arealet af et gulv, forstå grafiske fremstillinger i aviser, løse simple førstegradsligninger henholdsvis mere komplicerede ligninger, bestemme afstande mellem to positioner på et kort samt udregne mængden af brændstofforbrug for en bil. Tabel 2.1 viser de nøjagtige formuleringer af de spørgsmål, som eleverne blev bedt om at svare på, samt procentdelen af adspurgte elever, som mener sig 'meget sikre' eller 'sikre' i henholdsvis 2003 og 2012. Tabellen er interessant af flere grunde, vi skal primært beskæftige os med de fem følgende.

For det første udsiger tabellen noget om forskellene på tiltro til egne evner hos drenge hhv. piger og forskelle mellem elever med socialt stærk baggrund versus elever med socialt svag baggrund. Som det fremgår af tabellen, er der flere områder, hvor pigernes tiltro til egne evner er markant lavere end drengenes. Mens tiltroen hos drenge og piger med hensyn til togplaner, ligninger, grafik ligner hinanden, er der store forskelle mht. anskaffelse af TV, anvendelse af kort, gulvlægning og benzinpåfyldning.

De største forskelle spores dog mellem elever med henholdsvis social stærk og svag baggrund – der ses her udsving på op mod 20 til 25 procentpoint. For det andet gør tabellen os i stand til at sammenligne elevernes tro på egne evner med den faktiske præstation i matematikopgaverne i PISA 2012 – både overordnet set og i relation til opdelingerne med drenge/piger og social svag/stærk baggrund, hvilket vi vil vende tilbage til. For det tredje kan vi sammenholde danske elevers tiltro til egne evner med andre landes elevers tiltro til egne evner, og også dette tager vi op senere i kapitlet, når resultaterne for matematikopgaverne er fremlagt. Indekset til højre i tabellen går fra -1 til 1 med 0 som det internationale gennemsnit, og et negativt indekstal betyder derfor en ringere tiltro end den internationalt gennemsnitlige tiltro. For det fjerde siger tabellen noget om, hvilke eventuelle ændringer der er fra 2003 til 2012 i forhold til danske elevers tro på egen formåen. Der er stor stabilitet. Det er kun med hensyn til at finde afstande mellem to steder på et kort med målestoksforhold, der er et fald fra 2003 til 2012, hvor hverdagens brug af kort med målestoksforhold da også igennem perioden er blevet suppleret med eller erstattet af nye digitale muligheder for afstandsbestemmelse. Og for det femte siger tabellen selvfølgelig noget om danske elevers faktiske tiltro til egne evner. Det helt overordnede billede, der tegner sig, er, som det ses, at en stor del af danske elever har en høj grad af tiltro til egne evner, specielt i forbindelse med tyding af grafiske fremstillinger, aflæsning af køreplaner, udregning af procentvise besparelser samt løsning af

simple førstegradsligninger. Om dette så stemmer overens med præstationer, som de faktisk viser sig i PISA 2012's resultater, skal vi se senere.

	At benytte en togplan til at finde ud af, hvor lang tid det vil tage at køre fra en by til en anden	Regne ud, hvor meget billigere et TV ville blive, efter der er givet 30 % rabat	Regne ud, hvor mange kvadratmeter fliser der skal bruges til at dække et gulv	Forstå diagrammer, der vises i aviser	Løse en ligning som $3x + 5 = 17$	Finde afstanden mellem to steder på et kort med målestoksforhold 1:10.000	Løse en ligning som $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$	Beregne en bils benzinforsbrug	Indeks of mathematics self-efficacy
Danmark	%	%	%	%	%	%	%	%	Gns. indeks
Alle 2003	85,1	78,2	68,4	86,1	74,8	63,4	47,4	61,4	-0,15
Alle 2012	87,7	78,1	67,4	86,3	76,7	57,7	46,5	62,2	-0,12
Piger 2003	82,8	71,2	60,4	83,7	73,8	52,8	44,9	50,3	-0,34
Piger 2012	85,6	70,8	57,9	85,6	75,2	46,4	40,4	51,9	-0,32
Drenge 2003	87,6	85,5	78,8	88,7	75,9	74,4	50,1	72,9	0,05
Drenge 2012	89,8	85,5	77,2	87,1	78,3	69,3	52,8	72,8	0,10
Socialt svag baggrund 2003	77,6	67,0	56,2	74,4	63,4	52,1	36,6	56,0	-0,46
Socialt svag baggrund 2012	81,7	68,1	54,3	76,4	68,2	50,5	36,0	56,4	-0,39
Socialt stærk baggrund 2003	92,0	87,5	79,8	95,1	86,1	74,9	59,3	69,5	0,20
Socialt stærk baggrund 2012	91,8	86,8	81,0	94,7	87,5	70,1	60,6	73,1	0,27

Tabel 2.1 Danske elevers tiltro til egne evner (self-efficacy) i matematik. Svar på: Hvor sikker føler du dig, når du skal lave følgende typer matematikopgaver. Procentdel af elever, som svarer "meget sikker" eller "sikker".

Elevers tiltro til egne evner er et eksempel på en såkaldt *affektiv (baggrunds)variabel* i PISA 2012, hvorimod variable relateret til elevernes faktiske præstationer som matematikscorer kaldes *kognitive variable*. Begge typer variable er forbundet gennem den ramme – eller det *framework* – som PISA udspænder for matematik. I det følgende skal vi redegøre for dette *framework*,

## 2.2 Rammen for matematik i PISA

I Fælles Mål 2009 for den danske folkeskole defineres målsætningen med matematikundervisningen således:

Stk. 1. Formålet med undervisningen er, at eleverne udvikler matematiske kompetencer og opnår viden og kunnen således, at de bliver i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold.

Stk. 2. Undervisningen tilrettelægges, så eleverne selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at arbejdet med matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.

Stk. 3. Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab (UVM, 2009, s. 3).

I PISA-undersøgelserne beskrives, hvad det vil sige at være matematisk forberedt og parat til nutidens og fremtidens udfordringer med begrebet *mathematical literacy*. Begrebet defineres som:

... en persons formåen til at formulere, udføre og fortolke matematik i en mangfoldighed af sammenhænge. Det omfatter at kunne ræsonnere matematisk og gøre brug af matematiske begreber, procedurer, kendsgerninger og redskaber til at beskrive, forklare og forudsige fænomener. Det er en hjælp til at erkende den rolle, som matematik spiller i verden og til at foretage og træffe velfunderede vurderinger og beslutninger som konstruktive, engagerede og reflekterende borgere (OECD, 2013, s. 25, egen oversættelse).<sup>1</sup>

Der er god overensstemmelse mellem formålet med dansk matematikundervisning som beskrevet i Fælles Mål og beskrivelsen af *mathematical literacy* i PISA, med vægten lagt på brugen af matematik i situationer uden for skolen og for aktivt medborgerskab. Der er også god overensstemmelse med en af grundpillerne i PISA *frameworket*, nemlig de otte matematiske kompetencer i Fælles Mål og de syv 'fundamental mathematical capabilities' i PISA.

Tilbage i 1998 i de første PISA-dokumenter indgik der i beskrivelsen otte elementer, der dengang blev kaldt procesfærdigheder. På engelsk hedder de: 'mathematical thinking skill; mathematical argumentation skill; modelling skill; problem posing and solving skill; representation skill; symbol, formalism and technical skill; communication skill; and, aids and tools skill'. Læsere, der kender dansk matematikundervisning indefra, genkender disse otte elementer, der i 2002 blev afgrænset og defineret i den danske KOM-rapport og betegnet som otte matematiske kompetencer (Niss & Jensen, 2002). De syv af disse KOM-kompetencer er identiske med PISA's syv 'fundamental mathematical capabilities'. Til dato har det ikke vist sig muligt med skriftlige opgaver at få tilstrækkelig gode indikationer på tankegangskompetencen, så denne indgår ikke i PISA.

De tre andre grundpiller i rammen for matematik i PISA beskrives også nærmere i det følgende og består af:

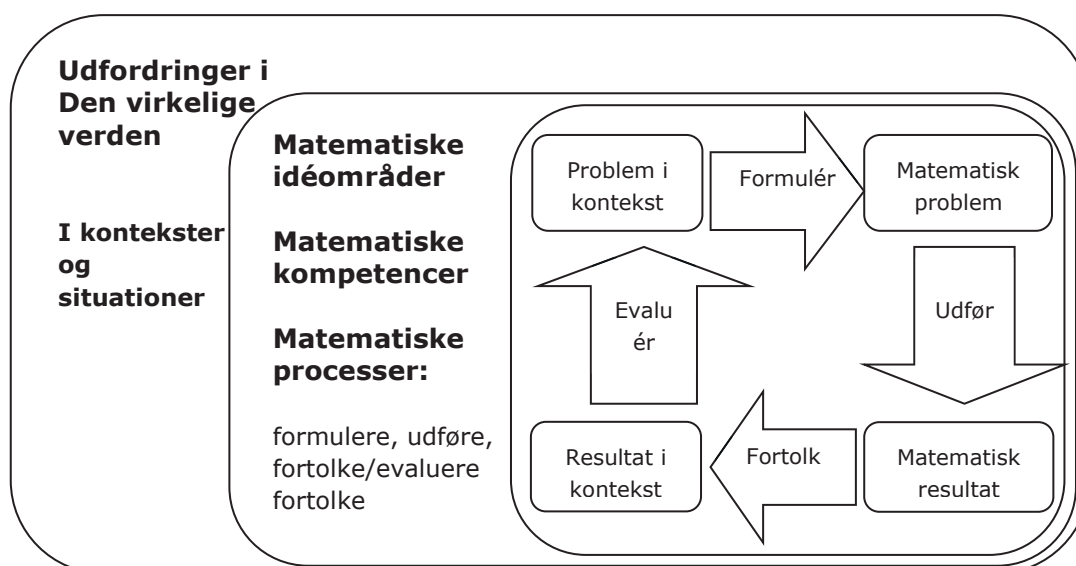
---

<sup>1</sup> På engelsk: *...an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts, and tools to describe, explain, and predict phenomena. It assists individuals in recognising the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgements and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens.*

- en opdeling af udfordringer i den virkelige verden i fire typer kontekster (personlige, samfundsmæssige, arbejdsmæssige/uddannelsesmæssige og videnskabelige kontekster)
- en opdeling – som antages relevant i forhold til nutidig og fremtidig anvendelse af matematik – af det matematiske indhold i fire såkaldte idéområder (størrelser, usikkerhed og data, forandringer og sammenhænge samt rum og form). Idéområderne går på tværs af de matematiske discipliner
- en opdeling af processer ved brug af matematik i tre typer processer (formulering, udførelse, fortolkning/evaluering)

Sammenhængen mellem grundelementer er illustreret på figur 2.1.

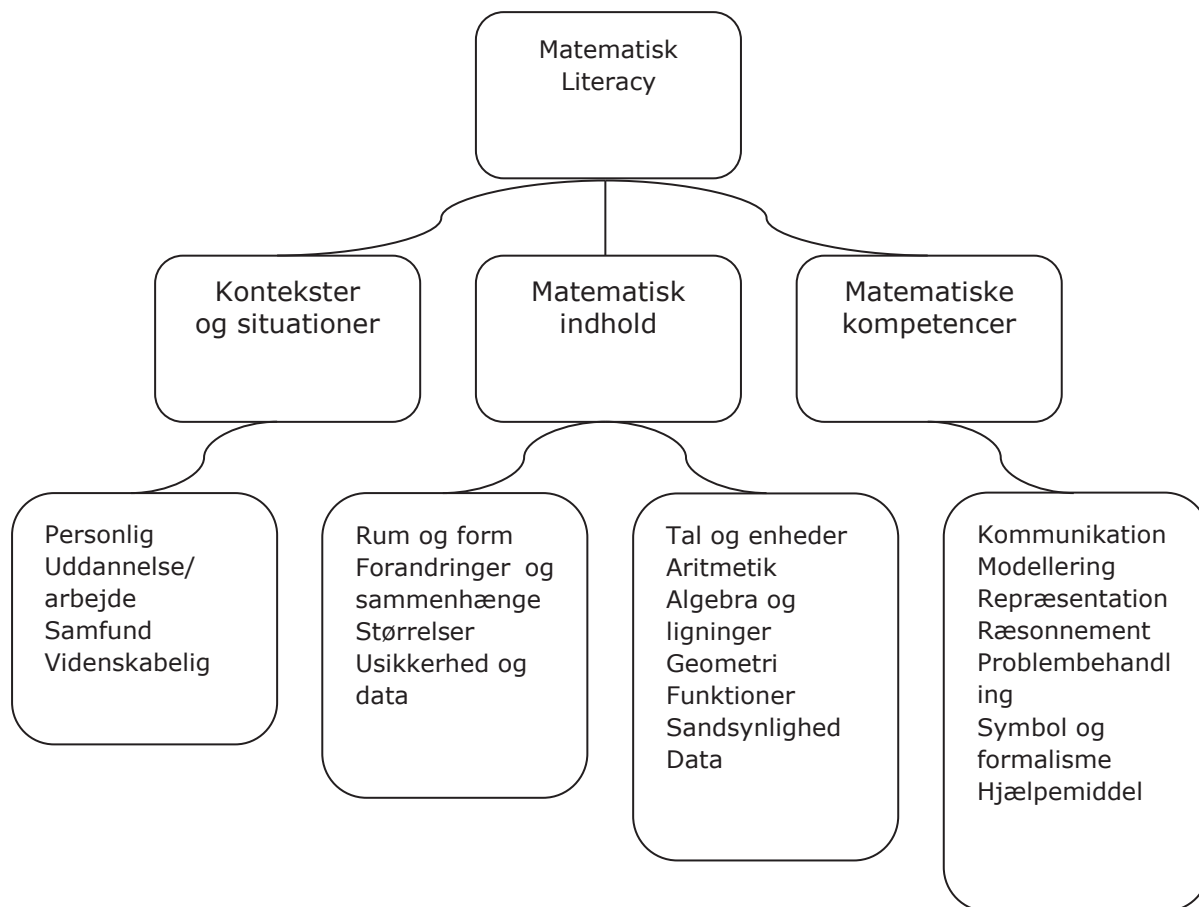
Figur 2.1. Sammenhænge mellem grundelementer i rammen for matematik i PISA



Det er nyt i PISA 2012 at anvende de tre processer i beskrivelse af *mathematical literacy* og i rapporteringen af elevernes præstationer. Det sker for at forstærke fokus på "elever som aktive problemløsere", hvor elever ræsonnerer ved hjælp af matematik i forhold til diverse problemstillinger og fænomener (som betegnes ekstramatematiske, idet de ligger uden for matematisk teori) og med en understregning af de tre typer processer i modelleringscyklen.

Figur 2.2 er lavet på baggrund af illustrationen, vi anvendte i sidste PISA rapport for at vise *frameworket* for PISA 2009, og det fremgår, at de tre processer ikke var med dengang. Endelig ses også de matematiske discipliner som en anden opdeling af matematisk indhold end opdelingen i idéområde.

Figur 2.2. Oversigt over de forskellige komponenter i frameworket for matematik i PISA 2012 (baseret på figur 3.1 Lindenskov & Weng, 2010, s. 85).



I det følgende uddybes grundelementerne i rammen.

### 2.2.1 De tre processer

At **formulere** [formulate] refererer til en persons formåen med hensyn til at genkende og identificere muligheder for at gøre brug af matematik og derved formulere matematisk struktur til et problem, specielt ekstramatematisk problemer. Der er altså tale om, at situationer formuleres matematisk qua en oversættelse fra et ekstramatematisk domæne til et matematisk domæne. I *frameworket* nævnes følgende karakteristika ved det at *formulere matematiske situationer*: identificere matematiske aspekter ved et problem fra den virkelige verden og de betydningsfulde variable heri; genkende matematisk struktur såsom fx mønstre m.m. i problemer og situationer; simplificere den virkelige situation for at kunne gøre brug af matematik på den; kunne identificere bibetingelser og formodninger indeholdt i en matematisk modellering; repræsentere situationen matematisk samt at kunne skifte imellem forskellige (matematiske) repræsentationer; at kunne oversætte det virkelige problem til matematisk sprog eller en matematisk repræsentation samt i denne proces at kunne forstå og forklare forholdet imellem det sprog, hvori problemet oprindeligt er formuleret, og det matematiske vokabularium, der behøves for at kunne oversætte det til matematik; genkende aspekter ved problemet, som minder om eller relaterer til allerede løste problemer inden for matematikken; og endelig gøre brug af teknologi (og andre hjælpemidler) til at fremstille de matematiske forhold i det virkelige problem.

At **udføre** [employ] eller gøre brug af matematik refererer i denne sammenhæng til en persons formåen i forhold til at bringe matematiske begreber, kendsgerninger, procedurer og

ræsonnementer i anvendelse for at løse matematisk formulerede problemer. Denne proces med at bringe matematiske begreber, kendsgerninger, procedurer og ræsonnementer i anvendelse skal føre til et resultat i form af en matematisk løsning, og selve processen omfatter aktiviteter såsom: at udtænke og implementere strategier til at finde matematiske løsninger; at anvende hjælpemidler, herunder teknologi, til at bestemme enten eksakte eller approksimerede løsninger; at anvende matematiske kendsgerninger, regler, algoritmer og strukturer til at fremfinde en løsning; at kunne manipulere med tal, grafiske og statistiske data, algebraiske udtryk og ligninger samt geometriske repræsentationer; at opstille matematiske diagrammer, grafer og konstruktioner og uddrage matematisk information fra disse; at kunne gøre brug af – og skifte imellem – forskellige repræsentationer i løsningsprocessen; at kunne foretage generalisationer baseret på de resultater, der er fremkommet af at have anvendt matematiske procedurer til løsningsbestemmelse; og endelig at reflektere over matematiske argumenter samt at kunne forklare og retfærdiggøre matematiske resultater.

At **fortolke** [interpret] i definitionen af *mathematical literacy* refererer til en persons formåen i forhold til at reflektere over matematiske løsninger, resultater eller konklusioner og det at *fortolke* dem i konteksten af ekstramatematiske problemer. Der er altså her tale om at oversætte matematiske resultater tilbage til den virkelige verden og dernæst foretage en evaluering af, hvorvidt disse resultater forekommer fornuftige og meningsfulde i konteksten af det virkelige problem. *Frameworket* udpinder processen til at omfatte: at oversætte et matematisk resultat tilbage til konteksten af den virkelige verden samt evaluere meningsfuldheden heraf i denne kontekst; forstå, hvorledes den virkelige verden øver indflydelse på udfald og beregninger af en matematisk procedure eller model for at foretage kontekstuelle vurderinger angående, hvordan resultaterne skulle justeres eller anvendes; forklare, hvorfor et matematisk resultat eller en konklusion giver, eller ikke giver, mening i et problems kontekst; forstå rækkevidden og begrænsningerne af matematiske begreber og matematiske løsninger samt endelig at se kritisk på og identificere begrænsningerne af modellen brugt til at løse et problem.

Der er altså således tale om tre komponenter, som *mathematical literacy* operationaliseres i: at kunne oversætte problemer fra ekstramatematiske domæner (fra virkelighedens situationer og kontekster) ved at kunne formulere disse i det matematiske domæne; at kunne gøre brug af matematik på disse for at finde frem til matematiske løsninger på problemet indenfor det matematiske domæne og endelig at kunne oversætte de matematiske resultater tilbage til den oprindelige, virkelige kontekst samt at kunne evaluere meningsfuldheden af løsningen i det ekstramatematiske domæne. *Mathematical literacy* i denne betydning lægger sig således tæt op ad, hvad man ofte tænker på som matematisk modellering. Dansk udviklede beskrivelser af modelleringscyklen findes fx i Blomhøj og Jensen (2003) samt Niss (2010), og mht. beskrivelse af matematiks rolle for konstruktive, engagerede og refleksive borgere henvises til fx Skovsmose (1994).

## 2.2.2 De syv matematiske kompetencer

De syv matematiske kompetencer i PISA 2012-*frameworket* kan beskrives som følger:

**Kommunikationskompetence** omhandler at læse, skabe forståelse af og fortolke udtryk, spørgsmål og fænomener med henblik på at danne mentale modeller af situationer og præsentere og forklare sine opfattelser og løsninger.

**Modelleringskompetence** omhandler at bevæge sig mellem virkelighed og matematik. Når man formulerer en virkelig problemstilling som et matematisk problem – også kaldet at *matematisere* – må man strukturere, begrebsliggøre, gøre antagelser og/eller opstille en model. Når man fortolker matematiske resultater, må man relatere disse til den oprindelige problemstilling – også kaldet at *afmatematisere* – og give en vurdering af disses relevans for problemstillingen.

**Repræsentationskompetence** drejer sig om at udvælge, fortolke og oversætte mellem repræsentationer og at anvende dem fleksibelt til at opfange en situation, interagere med et

problem eller præsentere sit arbejde. Det kan omfatte grafer, tabeller, diagrammer, billeder, ligninger, formler, verbaltekst og konkrete materialer.

**Ræsonnementskompetence** omfatter tankeprocesser med logik til udforskning og sammensætning af prøveelementer med henblik på at drage følgeslutninger fra dem, vurdere givne begrundelser og underbygge udsagn eller løsninger.

**Problembehandlingskompetence** karakteriseres som at udvælge eller udvikle en plan eller en strategi med henblik på at bruge matematik til løsning af et problem i en virkelighedskontekst eller i en matematikopgave med henblik på at guide og styre løsningsprocessen. Det omfatter at søge efter forbindelser mellem forskellige, givne data, så informationer kan kombineres effektivt til en løsning.

**Symbol- og formalismekompetence** indebærer at forstå, fortolke, manipulere og at bruge symboler og taludtryk og operationer med formelle konstruktioner baseret på definitioner, regler og formelle systemer samt at anvende algoritmer på disse.

**Hjælpemiddelkompetence** omfatter at have viden om og at kunne anvende forskellige hjælpemidler, fysiske og digitale, som kan understøtte matematisk aktivitet, og at have viden om hjælpemidlernes begrænsninger. PISA 2012 har i nogle lande omfattet en computerbaseret del, blandt andet i Danmark, hvilket udvider mulighederne for, at elever kan vise deres evne til at bruge hjælpemidler.

### 2.2.3 De fire matematiske idéområder

Det matematiske stof i PISA omhandler de traditionelle stofområder, som kan relateres til grundskolens matematik såsom geometri, tal, sandsynlighedsregning, statistik, funktioner og diskret matematik. Disse er dog ikke selvstændige stofområder, der søges målt i opgaverne, eller som er genstand for rapportering i PISA. I stedet indgår disse stofområder i fire overordnede idéområder, hvilket er begrundet i ønsket om at måle evnen til at bruge matematik. Virkelighedens udfordringer ligger ikke (alle sammen) klar som matematikopgaver fra en bestemt disciplin. Derfor er der en tendens, der internationalt bevæger sig væk fra den traditionelle stofbeskrivelse i discipliner hen imod en mere tematisk eller fænomenologisk beskrivelse af stoffet inden for testning og også inden for læseplanstænkning (se også Steen, 1990 og Devlin, 1994 som nogle af de første udtryk for tendensen). De fire idéområder er:

**Rum og form** idéområdet har begreber fra geometrien som grundlag. Der arbejdes med former i to og tre dimensioner samt sammenhænge mellem disse. Erkendelse af forskelle og ligheder i analysen af geometriske fænomener repræsenteret på forskellig måde i forskellige sammenhænge er central. Tilsvarende er forståelse af geometriske objekters egenskaber og deres positioner i forhold til hinanden central.

**Forandringer og sammenhænge** trækker på funktionsteori ved behandlingen af variable til beskrivelse af forandringer og sammenhænge, samtidig med at algebra ofte inddrages. Ligheder og uligheder samt andre relationer indgår i anvendelsen af symboler, sammenhænge fra algebra, tabeller, geometriske og grafiske repræsentationer. Specielt er der lagt vægt på anvendelsen af specielle repræsentationer med særlige egenskaber til specifikke mål. Beskrivelse af sammenhænge ved forskellige repræsentationer og fordele og ulemper ved disse er centralt inden for dette område.

**Størrelser** omhandler talbeskrivelser af fænomener samt kvantitative sammenhænge og mønstre. Forståelsen af relativ størrelse, genkendelse af mønstre samt brugen af tal til at repræsentere størrelser og kvantificerbare egenskaber ved fænomener i "the real world" udføres under dette område. Ræsonnementer i forbindelse med kvantitative størrelser er væsentlige og omfatter sans for tal, repræsentationer af tal, forståelse af regneoperationernes mening, hovedregning og estimering. Aritmetik er det stofområde i skolens matematikundervisning, som verden over ligger tættest på området størrelser.



**Usikkerhed og data** involverer fænomener og sammenhænge, som kan studeres med sandsynlighedsregning og statistik, hvor fx fortolkninger af diagrammer indgår. Området bliver af større og større betydning i et informationssamfund med brug af store informationsmængder, diagrammer, prognoser og anden statistisk argumentation.

#### 2.2.4 De fire kontekster med situationer

Opgaveformuleringerne repræsenterer nogle situationer, der formodes at være gennemskuelige for eleven i den forstand, at de vil kunne stimulere eleven til at anvende sin viden og kunnen i forsøget på at se på udfordringer og løse problemer. Situationerne er kategoriseret i fire kontekster: personlig, uddannelse/arbejde, samfund samt videnskabelig.<sup>2</sup>

**Personlig** kontekst trækker på situationer, der tænkes at være knyttet direkte til den enkelte elevs daglige gøremål. Hensigten med disse situationer er, at de umiddelbart skal kunne aktivere de matematiske færdigheder og forståelser, den enkelte elev besidder, gennem en opfattelse eller fortolkning af aspekter ved situationen og en besvarelse af de stillede spørgsmål.

**Uddannelse/arbejde** indeholder situationer, der kan opleves i forbindelse med elevens skolegang, videre uddannelse eller i en arbejdssammenhæng. Det er centralt, på hvilken måde uddannelse og arbejde kan stille krav om, at en elev eller en ansat håndterer problemer, der kan fordrage en matematisk løsning.

**Samfund** omhandler spørgsmål, der drejer sig om lokale – såvel som mere generelle – samfundsproblemstillinger, som eleven skal kunne forstå sammenhænge i ved brug af sin matematiske viden og kunnen med henblik på at kunne vurdere aspekter, der kan tænkes at have betydning for det offentlige liv.

**Videnskabelig** kontekst tænkes at være længst væk fra eleven, fordi den ofte vil opleves som mere abstrakt, teoretisk og teknisk end de tre foregående. De relativt abstrakte matematiske situationer, som elever oplever i matematikundervisning, er også med i denne kategori, og de kan bestå af eksplicite matematiske elementer, som ikke er placeret i nogen bredere sammenhæng. De betegnes af og til som 'indre-matematiske problemer'.

#### 2.2.5 Opgavetyper

Problemstillingerne i opgaverne er forsøgt formuleret uden kendetegn og kendeord, der i sig selv knytter løsningen direkte til anvendelsen af en bestemt teknik eller en bestemt formel. For sådanne hints findes jo netop ikke i situationer uden for skolen. Hensigten med opgaverne i PISA er netop at undersøge, hvorvidt eleven anvender sine matematiske kundskaber på at løse det matematikholdige problem i en tekstlig kontekst, der ikke er skolebogens, men fx tager udgangspunkt i oplysninger i en avis.

Der anvendes en kombination af opgaver. Enten skal eleverne selv konstruere et svar eller vælge et svar. I de tilfælde, hvor eleverne selv skal konstruere et svar, skelner man mellem:

- et udvidet svar, hvor eleven fx skal vise en beregning, give en forklaring eller give en begrundelse for sin løsning (dette kaldes også åben-konstrueret-svar)
- et kort svar, hvor eleven skal give et tal eller flere tal som svar (dette kaldes også lukket-konstrueret-svar).

I de tilfælde, hvor eleverne skal vælge et svar, skelner man mellem :

---

<sup>2</sup> I PISA 2003-rapporten refereret til som personligt liv, uddannelses- og arbejdsliv, samfundsliv og videnskabelige sammenhænge (Lindenskov & Weng, 2004).

- komplekse flervalgsopgaver (multiple choice), hvor eleven præsenteres for et antal udsagn og skal angive, om de fx er sande eller falske
- simple flervalgsopgaver (multiple choice), hvor eleven skal vælge et svar ud af flere muligheder.

### 2.2.6 Fordeling af opgaver

Der er i alt 109 opgavespørgsmål i PISA 2012. Hvert opgavespørgsmål er rubriceret med idéområde, proces, livsfære og opgavetype. De 109 opgavespørgsmål fordeler sig på følgende måde: dels på de fire idéområder, dels på de tre processer, dels på de fire livssfærer samt på opgavetyperne. Bemærk at tabellen også kan bruges til at se, hvordan opgavespørgsmålene indenfor hvert af de fire idéområder (se vandret øverst) fordeler sig på processer, livssfærer og opgavetype. Man kan fx se, at der i data og usikkerhed er mange fortolkningsspørgsmål (tabel 2.2):

Tabel 2.2. Oversigt over opgavespørgsmål i PISA 2012.

	Rum og form	Forandringer og sammenhænge	Størrelser	Usikkerhed	I alt
Formulere	13	8	6	5	32
Udføre	12	16	16	6	50
Fortolke	2	5	6	14	27
<i>I alt</i>	<i>27</i>	<i>29</i>	<i>28</i>	<i>25</i>	<i>109</i>
Personlig	6	5	7	3	21
Uddannelse/arbejde	10	7	5	2	24
Samfund	7	3	10	16	36
Videnskabelig	4	14	6	4	28
<i>I alt</i>					<i>109</i>
Simple multiple choice	6	5	10	11	32
Kompleks multiple choice	4	3	3	3	13
Korte svar	8	7	12	6	33
Udvidede svar	9	14	3	5	31
<i>I alt</i>	<i>27</i>	<i>29</i>	<i>28</i>	<i>25</i>	<i>109</i>

## 2.3 Rapportering af elevernes præstationer

I de første fire PISA-undersøgelser blev elevernes præstationer rapporteret i tre kompetencegrupper, som delvist angav sværhedsgrad:

- Reproduktion, procedurer, definitioner og beregninger
- Sammenhænge og integration for problemløsning
- Matematisk tænkning, generalisering og indsigt.

Dette er ikke tilfældet i PISA 2012. Til gengæld er det her muligt at rapportere på de tre processer. Som i de tidligere PISA-undersøgelser kan elevernes præstationer i 2012 også rapporteres i forhold til de fire idéområder, de fire kontekster og de forskellige opgavetyper. Endelig kan de rapporteres på henholdsvis de papirbaserede og de computerbaserede opgaver, hvilket vil blive gjort i en efterfølgende rapport. Vi vil her koncentrere os om at rapportere elevernes præstationer i forhold til:

- De samlede resultater for de papirbaserede opgaver – med enkelte oplysninger tilføjet om resultaterne fra de computerbaserede
- De fire idéområder hver for sig
- De tre processer hver for sig.

De samlede resultater samt resultater fra hvert idéområde kan selvfølgelig sammenlignes med PISA 2003.

### 2.3.1 Sværhedsgrad

PISA-opgavernes sværhedsgrad er i sidste ende empirisk finbestemt gennem afprøvninger blandt 15-årige. Sværhedsgraderne kan dog også grovbestemmes ud fra teoretiske vurderinger af sværhedsgraden. Der pågår i øjeblikket et udviklingsarbejde om teoretisk bestemmelse inden for de syv *mathematical capabilities* (matematiske kompetencer). Her gives et lille indtryk af den teoretiske bestemmelse af sværhedsgraderne i forhold til tre af de syv matematiske kompetencer (se også Turner et al., 2013):

**Kommunikationskompetence:** Sværhedsgraden i PISA-opgaverne afgøres af omfang og modaliteterne på teksten, og af om informationen skal omformes. I beskrivelse og fortolkning af matematiske resultater afhænger sværhedsgraden af, om svaret er et tal, eller der kræves en algebraisk eller verbalsproglig begrundelse for svaret.

**Ræsonnementskompetence:** Sværhedsgraden afhænger af, om der er nogle instruktioner, som man skal følge, eller om man først må analysere information for at følge eller forme et fleretrinsargument, eller om man må sammenfatte og vurdere information eller generalisere ved at kombinere forskellige typer af information.

**Symbol- og formalismekompetence:** Sværhedsgraden afhænger af, om aritmetiske beregninger er tilstrækkelige, eller om man skal indsætte i en given formel, omforme en formel eller anvende matematiske definitioner og konventioner. Sværhedsgraden afhænger også af antallet af omformninger og sammensætninger, og om man skal sammensætte forskellige repræsentationsformer, teknikker og viden.

### 2.3.2 Overordnede resultater

For den samlede opgørelse af danske elevers præstationer i *mathematical literacy* gælder, at:

- der er tilbagegang i danske elevers præstationer i PISA-undersøgelserne siden 2003
- forskellen mellem danske pigers og danske drenges præstationer i 2012 er blandt de største forskelle i alle de deltagende lande og områder

- danske elever med lav socioøkonomisk baggrund præsterer i gennemsnit lavere end elever med højere socioøkonomisk baggrund – betydningen af denne baggrund er på OECD-gennemsnittet<sup>3</sup>
- i nordisk sammenhæng præsterede elever i Finland signifikant bedre end danske elever, og elever i Island, Norge og Sverige præsterede dårligere end danske elever

de syv lande i OECD med størst tilbagegang fra 2003 til 2012 er Sverige, Finland, Tjekkiet, New Zealand, Australien, Island og Danmark – her finder vi altså fire nordiske lande – i Norge er der ikke signifikante ændringer fra 2003.

Fortsættes sammenligningen inden for som uden for Norden, præsterer danske elever til et gennemsnit på 500, som er signifikant over gennemsnittet i 34 OECD-lande på 494, i *mathematical literacy* i PISA 2012. Blandt de 34 OECD-lande præsterer eleverne i ni lande bedre end eleverne i Danmark, eleverne i 16 lande præsterer ringere end danske elever, og i otte lande er der ingen forskel. Blandt de i alt 65 deltagende lande og områder i PISA 2012 præsterede danske elever signifikant højere end elever i 39 af disse. I 17 lande præsterede eleverne bedre end de danske elever. Der var ingen signifikante forskelle på gennemsnittet sammenlignet med elever i otte lande.

Danske elever har i alle PISA-undersøgelser præsteret signifikant bedre end OECD-gennemsnittet. Gennemsnittet for OECD/alle lande har været faldende fra 500 i 2003 til 494 i 2012, men faldet for danske elever er større, idet det er faldet fra 513 i PISA 2003 til 500 i 2012, (og i PISA 2000 var det 514).

PISA fokuserer på lighed i uddannelse, forstået som at give alle elever uafhængigt af køn, familiebaggrund og socioøkonomisk baggrund samme muligheder for at få gavn af uddannelse.<sup>4</sup> Derfor angives resultater om fordeling af præstationer, ligesom der angives gennemsnit i rapporteringen af resultater. Derfor opgøres resultaterne også for grupper af elever, fx drenge og piger. Der ses også på resultater i etniske opdelinger, og der ses om muligt på fordelingen af muligheder for at lære (Opportunities to Learn), som eleverne tilbydes. I de 39 lande og områder, som deltog i både 2003 og 2012, forbedredes den gennemsnitlige præstation i 13 lande og områder. I tre af de 13, nemlig Tyskland, Tyrkiet og Mexico, blev fordelingen oven i købet også mere lige fra 2003 til 2012 i forhold til elevernes socioøkonomiske baggrund.

I 2003 blev matematikskalaen standardiseret på OECD-niveau med et gennemsnit på 500 point og standardafvigelse på 100, så to tredjedele af alle elever fik en score mellem 400 og 600 point, og næsten 40 % mellem 450 og 550. Det er elevernes besvarelser i 2003 og i 2012 af de gentagne link-opgavespørgsmål, der anvendes ved skalering af 2012-skalaen. Skalaerne inddeles i beskrevne præstationsniveauer fra niveau 1 til niveau 6, med niveau 6 som det højeste. Niveau 6 er ikke opadtil afgrænset, men niveau 1 er nedadtil afgrænset, så nogle elevers præstationer falder under niveau 1. Fastlæggelsen i 2003 betyder sammen med en gentagen brug af en række spørgsmål i alle undersøgelserne, at det er muligt at sammenligne udviklingen på gennemsnit og på de seks niveauer på tværs af 2003, 2006, 2009, 2012 osv.

<sup>3</sup> Figur II.5.1a i den internationale 2012 rapport. Gennemsnitligt er der i OECD en forskel på 90 point i præstationer hos elever i henholdsvis den stærkeste og den svageste fjerdedel, betragtet efter socioøkonomisk baggrund. For danske elever er denne forskel på niveau med OECD's, nemlig 85 point (545 – 460).

<sup>4</sup> Denne definition af lighed i uddannelse er også anvendt i tidligere PISA-undersøgelser, og *frameworket* er offentliggjort i *Education at a Glance*, OECD, 2011. Anvendelsen i PISA 2012 bygger også på Levin (2010).

Tabel 2.3. Sammenligning mellem lande

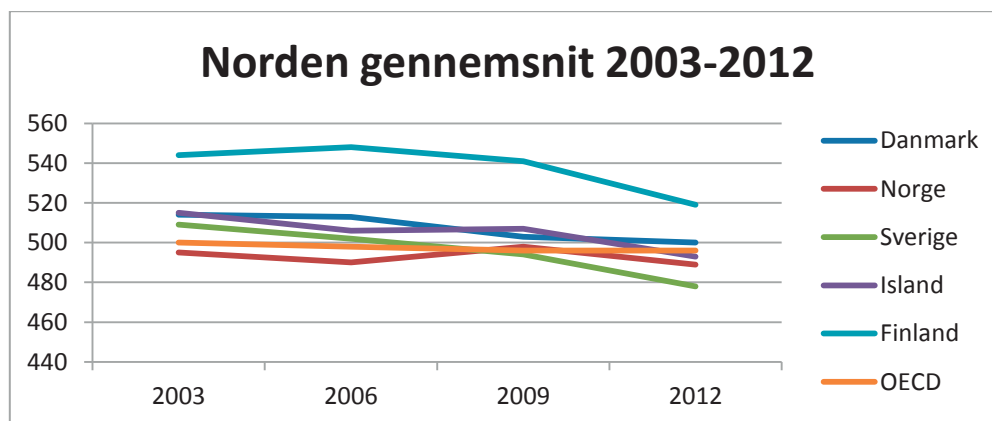
Gns.	Lande	Lande hvor gennemsnitscore ikke er statistisk signifikant forskelligt
613	Shanghai-Kina	
573	Singapore	
561	Hong Kong-Kina	Taipei (Kina) Korea
560	Taipei (Kina)	Hong Kong-Kina Korea
554	Korea	Hong Kong-Kina Taipei (Kina)
538	Macao-Kina	Japan Liechtenstein
536	Japan	Macao-Kina Liechtenstein Schweiz
535	Liechtenstein	Macao-Kina Japan Schweiz
531	Schweiz	Japan Liechtenstein Nederlandene
523	Nederlandene	Schweiz Estland Finland Canada Polen
521	Estland	Nederlandene Finland Canada Polen Vietnam
519	Finland	Nederlandene Estland Canada Polen Belgien Tyskland Vietnam
518	Canada	Nederlandene Estland Finland Polen Belgien Tyskland Vietnam
518	Polen	Nederlandene Estland Finland Canada Belgien Tyskland Vietnam
515	Belgien	Finland Canada Polen Tyskland Vietnam
514	Tyskland	Finland Canada Polen Belgien Vietnam
511	Vietnam	Estland Finland Canada Polen Belgien Tyskland Østrig Australien Irland
506	Østrig	Vietnam Australien Irland Slovenien Danmark New Zealand Tjekkiet
504	Australien	Vietnam Østrig Irland Slovenien Danmark New Zealand Tjekkiet
501	Irland	Vietnam Østrig Australien Slovenien Danmark New Zealand Tjekkiet Frankrig Storbritannien
501	Slovenien	Østrig Australien Irland Danmark New Zealand Tjekkiet
500	Danmark	Østrig Australien Irland Slovenien New Zealand Tjekkiet Frankrig Storbritannien
500	New Zealand	Østrig Australien Irland Slovenien Danmark Tjekkiet Frankrig Storbritannien
499	Tjekkiet	Østrig Australien Irland Slovenien Danmark New Zealand Frankrig Storbritannien Island
495	Frankrig	Irland Danmark New Zealand Tjekkiet Storbritannien Island Letland Luxembourg Norge Portugal
494	Storbritannien	Irland Danmark New Zealand Tjekkiet Frankrig Island Letland Luxembourg Norge Portugal Spanien
493	Island	Tjekkiet Frankrig Storbritannien Letland Luxembourg Norge Portugal
491	Letland	Frankrig Storbritannien Island Luxembourg Norge Portugal Spanien Italien
490	Luxembourg	Frankrig Storbritannien Island Letland Norge Portugal Spanien Italien
489	Norge	Frankrig Storbritannien Island Letland Luxembourg Portugal Spanien Italien Rusland Slovakiet USA
487	Portugal	Frankrig Storbritannien Island Letland Luxembourg Norge Spanien Italien Rusland Slovakiet USA Litauen
487	Spanien	Storbritannien Letland Luxembourg Norge Portugal Italien Rusland Slovakiet USA
485	Italien	Letland Luxembourg Norge Portugal Spanien Rusland Slovakiet USA
482	Rusland	Norge Portugal Spanien Italien Slovakiet USA Litauen Sverige Ungarn
482	Slovakiet	Norge Portugal Spanien Italien Rusland USA Litauen Sverige Ungarn
481	USA	Norge Portugal Spanien Italien Rusland Slovakiet Litauen Sverige Ungarn
479	Litauen	Portugal Rusland Slovakiet USA Sverige Ungarn Kroatien
478	Sverige	Rusland Slovakiet USA Litauen Ungarn Kroatien
477	Ungarn	Rusland Slovakiet USA Litauen Sverige Kroatien Israel
471	Kroatien	Litauen Sverige Ungarn Israel
466	Israel	Ungarn Kroatien
453	Grækenland	Serbien Tyrkiet Rumænien
449	Serbien	Grækenland Tyrkiet Rumænien Bulgarien
448	Tyrkiet	Grækenland Serbien Rumænien Bulgarien
445	Rumænien	Grækenland Serbien Tyrkiet Bulgarien
439	Bulgarien	Serbien Tyrkiet Rumænien Forenede Arabiske Emirater (UAE) Kazakstan
434	For. Arab. Emirater (UAE)	Bulgarien Kazakstan Thailand
432	Kazakstan	Bulgarien Forenede Arabiske Emirater (UAE) Thailand
427	Thailand	Forenede Arabiske Emirater (UAE) Kazakstan Chile Malaysia
423	Chile	Thailand Malaysia
420	Malaysia	Thailand Chile
413	Mexico	Uruguay Costa Rica
410	Montenegro	Uruguay Costa Rica
410	Uruguay	Mexico Montenegro Costa Rica
407	Costa Rica	Mexico Montenegro Uruguay
394	Albanien	Argentina Tunesien
389	Brasilien	Argentina Tunesien Jordan
388	Argentina	Albanien Brasilien Tunesien Jordan
388	Tunesien	Albanien Brasilien Argentina Jordan
386	Jordan	Brasilien Argentina Tunesien
376	Colombia	Qatar Indonesien Peru
376	Qatar	Colombia Indonesien
375	Indonesien	Colombia Qatar Peru
368	Peru	Colombia Indonesien
		Statistisk signifikant over OECD gennemsnit
		Ikke statistisk signifikant forskelligt fra OECD gennemsnit
		Statistisk signifikant under OECD gennemsnit

Kilde: OECD, PISA 2012 database.

### 2.3.3 Nordisk sammenligning af gennemsnit over tid

Som det fremgår af Figur 2.3, er der tilbagegang i elevernes gennemsnit 2003-2012 i alle nordiske lande, hvor dog norske elevers præstationer kun er lidt svagere end i 2003. Svenske elevers præstationer viser den mest markante nedgang på 31 procentpoint.

Figur 2.3. Norden gennemsnit 2003, 2006, 2006 og 2012



### 2.3.4 Præstationsniveauer for danske elever 2012

Resultaterne om gennemsnit kan uddybes ved at se på fordelingen på niveauer. I PISA 2012 er niveaufordelingen forringet i og med, at færre danske elever præsterer på niveau 6, 5 og 4 og flere på niveau 3, 2 og 1 i 2012 sammenlignet med 2003. Sammenlignes de to *ekstreme marginalgrupper* under niveau 1 og over niveau 6, så er der ingen forskel på den allerlavest præsterende gruppe under niveau 1 i 2003 og 2012; men der er et stort fald i den allerhøjest præsterende gruppe over niveau 6. Sammenlignes det, der almindeligvis betegnes som *marginalgrupper*, nemlig dels under niveau 1 og niveau 1 samlet og dels niveau 5 og 6 samlet, er der lidt flere *lavt præsterende*, men langt færre *højt præsterende*. I 2003 var de to marginalgrupper lige store, på henholdsvis 15,4 % og 15,9 %; men i 2012 er der langt flere *lavt præsterende*, 16,9 %, end *højt præsterende*, 10,0 %.

Når en elev i PISA-testen placeres på niveau 6, har eleven en score over 669,3 point. Niveauret kræver, at eleven gennem sine besvarelser har vist indikationer på kompetencer, der kan karakteriseres som avancerede inden for matematisk tænkning og anvendelse af matematiske ræsonnementer. Det vil sige, at eleven kan anvende sin matematiske indsigt og forståelse gennem anvendelse af det matematiske symbolsprog og de matematiske operationer til at beskrive sammenhænge på en kreativ måde ved at kunne udtænke strategier og gennemføre disse i problembehandling af matematikholdige situationer. Endvidere er eleverne på dette niveau karakteriseret ved præcist at kunne kommunikere deres begrundelser for – og gennemførelse af en strategi, samt reflektere over hvad denne har ført til. Det bemærkes, at andelen af danske elever på niveau 6 har været jævnt faldende gennem årene fra 4,1 % i 2003 til 1,7 % i 2012.

**Niveau 6: Score > 669,3.**  
**I 2003 Danmark 4,1 % af eleverne**  
**I 2006 Danmark 2,8 % af eleverne**  
**I 2009 Danmark 2,5 % af eleverne**  
**I 2012 Danmark 1,7 % af eleverne (og på den nye IT-del med 32 deltagende lande 1,6 %)**

Når en elev i PISA-testen placeres på niveau 5, indikerer det, at eleven kan arbejde med opstilling af modellering i komplekse matematikholdige situationer, for eksempel ved at kunne identificere muligheder og begrænsninger ved en model ud fra givne antagelser for opstillingen

af modellen. Således kan eleven udvælge, sammenligne og vurdere, hvilke strategier der er bedst egnede til et problem i relation til en eller flere mulige modeller. Elever på dette niveau udviser også indikationer på god forståelse og fortolkning af repræsentationer i problembehandling af de matematikholdige situationer. Det bemærkes, at andelen af danske elever har været faldende gennem årene fra 11,8 % i 2003 til 8,3 % i 2012.

**Niveau 5:  $669,3 \geq \text{Score} > 607,0$ .**  
**I 2003 Danmark 11,8 % af eleverne**  
**I 2006 Danmark 10,9 % af eleverne**  
**I 2009 Danmark 9,1 % af eleverne**  
**I 2012 Danmark 8,3 % af eleverne (og på den nye IT-del 7,7 %)**

Når en elev i PISA-testen placeres på niveau 4, indikerer det, at eleven kan arbejde med modeller, der er givet på forhånd på samme måde som eleverne på niveau 5, dog er indikationen af indsigt på dette niveau svagere.

**Niveau 4:  $607,0 \geq \text{Score} > 544,7$ .**  
**I 2003 Danmark 21,9 % af eleverne**  
**I 2006 Danmark 22,5 % af eleverne**  
**I 2009 Danmark 21,0 % af eleverne**  
**I 2012 Danmark 19,8 % af eleverne (og på den nye IT-del 20,8 %)**

Når en elev i PISA-testen placeres på niveau 3, indikerer det, at eleven kan følge en given, beskrevet procedure og gennemføre en ikke for kompleks problembehandling, hvor de informationer, der skal anvendes for at løse problemet, er direkte tilgængelige. Kommunikation af deres eget arbejde med et problem er typisk kort.

**Niveau 3:  $544,7 \geq \text{Score} > 482,5$ .**  
**I 2003 Danmark 26,2 % af eleverne**  
**I 2006 Danmark 29,8 % af eleverne**  
**I 2009 Danmark 27,4 % af eleverne**  
**I 2012 Danmark 29,0 % af eleverne (og på den nye IT-del 27,5 %)**

Elever, der præsterer på niveau 2, kan klare opgaver, der er genkendelige og ikke kræver en fortolkning af teksten med efterfølgende strategivalg. Eleverne på dette niveau kan anvende formler, tabeller og standardalgoritmer. Det er dette niveau, der betegnes som basisniveauet, hvor eleverne begynder at vise indikationer på at være i stand til fremover at deltage aktivt. Det kan også formuleres på den måde, at de, der ikke når op på basisniveauet, er der grund til at være bekymret for med hensyn til, om de kan tilstrækkelig matematik til at kunne imødekomme de krav, der stilles i deres fremtidige liv. Det bemærkes, at andelen af danske elever på dette niveau har været stigende gennem årene fra 20,6 % i 2003 til 24,4 % i 2012.

**Niveau 2:  $482,5 \geq \text{Score} > 420,1$ .**  
**I 2003 Danmark 20,6 % af eleverne**  
**I 2006 Danmark 21,4 % af eleverne**  
**I 2009 Danmark 23,0 % af eleverne**  
**I 2012 Danmark 24,4 % af eleverne (og på den nye IT-del 23,4 %)**

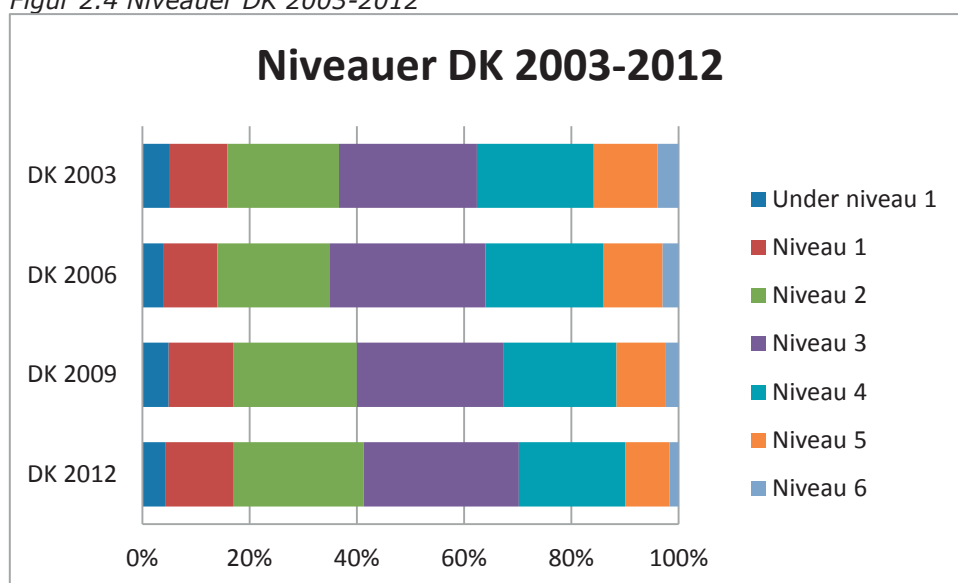
På det laveste niveau 1 kan eleverne besvare opgaver, der er 'lige til at gå til' med hensyn til informationer og procedurer til besvarelse af opgaven. Eleverne klarer standardopgaver, der direkte signalerer proceduren, der skal anvendes for at finde svaret. De elever, der præsterer på dette niveau, behøver dog ikke at være uden matematisk viden og kunnen, men der er grund til at være opmærksom på, at deres præstationer i opgaverne i PISA kan være en indikation på, at de vil få svært ved at anvende matematik som et redskab i deres fremtidige liv såvel på det personlige, uddannelsesmæssige som samfundsmæssige område.

**Niveau 1:  $420,1 \geq \text{Score} > 357,8$ .**  
**I 2003 Danmark 10,7 % af eleverne**  
**I 2006 Danmark 10 % af eleverne**  
**I 2009 Danmark 12,1 % af eleverne**  
**I 2012 Danmark 12,5 % af eleverne (og på den nye IT-del 13,0 %)**

**Og endelig under niveau 1:  $357,8 \geq \text{Score}$ .**  
**I 2003 Danmark 4,7 % af eleverne**  
**I 2006 Danmark 3,6 % af eleverne**  
**I 2009 Danmark 4,9 % af eleverne**  
**I 2012 Danmark 4,4 % af eleverne (og på den nye IT-del 6,0 %)**

Det ovenstående kan illustreres i følgende figur:

Figur 2.4 Niveauer DK 2003-2012



Tabel over andele, gennemsnit og forskelle til Figur 2.4:

Matematik	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Gennemsnit	Drengene/piger	Forskel drenge/piger
DK 2012	4	13	24	29	20	8	2	500	507 / 493	14
DK 2009	5	12	23	27	21	9	3	503	511 / 495	16
DK 2006	4	10	21	29	22	11	3	513	518 / 508	10
DK 2003	5	11	21	26	22	12	4	514	523 / 506	17

At fordelingen af danske elevers præstationer er forværret jævnt siden 2003, ses tydeligt i figuren, idet andelen på niveau 6, 5 og 4 ses indsnævret nedad i figuren, mens 3 og 4 forstørres nedad i figuren. Det ses, at antallet af elever på det højeste niveau 6 er blevet halveret siden 2003, ligesom antallet på niveau 5 er gået ned, og på niveau 4 er gået lidt ned. Både antallene på niveau 2 og 3 er steget. Antallet på niveau 1 er steget lidt. Der er ingen ændringer i antallet under niveau 1. Forskellen i toppen er voldsom med et fald fra 16 % af eleverne i 2003 på niveau 5 og 6 til 10 % i 2012. Det er disse forskydninger, der ligger bag det



faldende gennemsnit på 14 point fra 514 til 500. Drengenes gennemsnit er faldet 16, pigernes 13.

Udviklingen for marginalgrupperne er således ikke tilfredsstillende. I OECD-review 2004 om indsats for den lavt præsterende marginalgruppe blev følgende pointeret:

Der er imidlertid også behov for en vis form for specifik uddannelse i talforståelse, som gør mere end blot at gentage de indlæringsmetoder, som allerede har vist sig at være ineffektive for elever med indlæringsproblemer (Mortimore et al., 2004, s. 145).

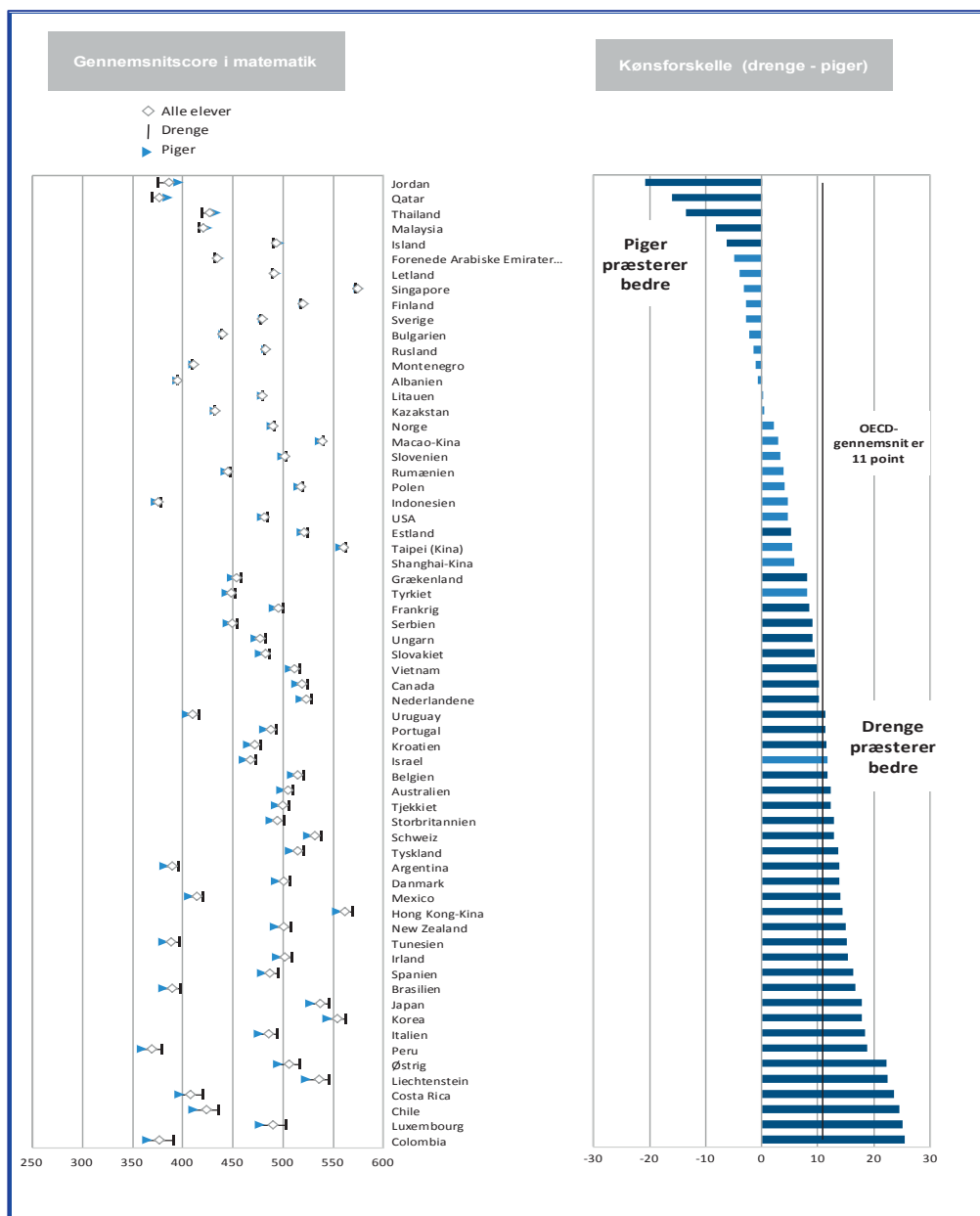
Denne anbefaling er ikke samlet fulgt op på landsplan, omend den har givet anledning til lokalfokus – mest omfattende i IUP/Metropol/Frederiksberg kommunes 'tidlige intervention-projektet' til elever, der er i risiko for at komme i matematikvanskeligheder. Der er ingen lignende systematiske interventioner for den (potentielt) højt præsterende marginalgruppe. Spørgeskemabesvarelser fra skoleledere i PISA 2012 viser, at ekstra tilbud og aktiviteter på skolerne uden for skoletid i matematik i overvejende grad bruges af svagt præsterende elever. Som en modsætning til den danske situation kan nævnes, at der i Hong Kong-Kina på 96 % af skolerne tilbydes matematikaktiviteter udover de normsatte matematiklektioner, i Sydkorea er det 92 % og i Singapore 91 % af skolerne. I Danmark er der tilbud på 39 % af skolerne, hvoraf halvdelen er tilbud alene til de svagest præsterende elever. I Hong Kong-Kina, Sydkorea og Singapore gælder det for omkring 10 % af skolerne.

Det bemærkes i den internationale rapport for PISA 2012, at der mellem lande med samme gennemsnit kan være bemærkelsesværdige forskelle i andelen af højt præsterende elever på niveau 5 og niveau 6, og at Danmark i denne sammenhæng er et ekstremt eksempel. Både danske og newzealandske elever har et gennemsnit på 500 point, men der er 10 % højt præsterende elever i Danmark og 15 % i New Zealand.

### 2.3.5 Dreng og pigers præstationer

Der er samlet set for OECD-området en forskel på, hvordan drenge og piger præsterer inden for den målte *mathematical literacy*. I gennemsnit præsterer drenge 11 procentpoint bedre end piger, mens målingen inden for naturvidenskab ikke giver forskellige gennemsnit for drenge og piger samlet for OECD.

Figur 2.5 viser gennemsnitscoren for piger og drenge i hvert af de deltagende lande. På den højre del af figuren er forskellen i scoren tydeliggjort. Man ser, at det kun er i fem lande, at pigers gennemsnit er højere end drengenes. Man ser også, at danske drenge præsterer højere end danske piger i gennemsnit, og at forskellen ligger over OECD-forskellen på 11 point.



Figur 2.5 Kønsforskelle i matematik i alle lande

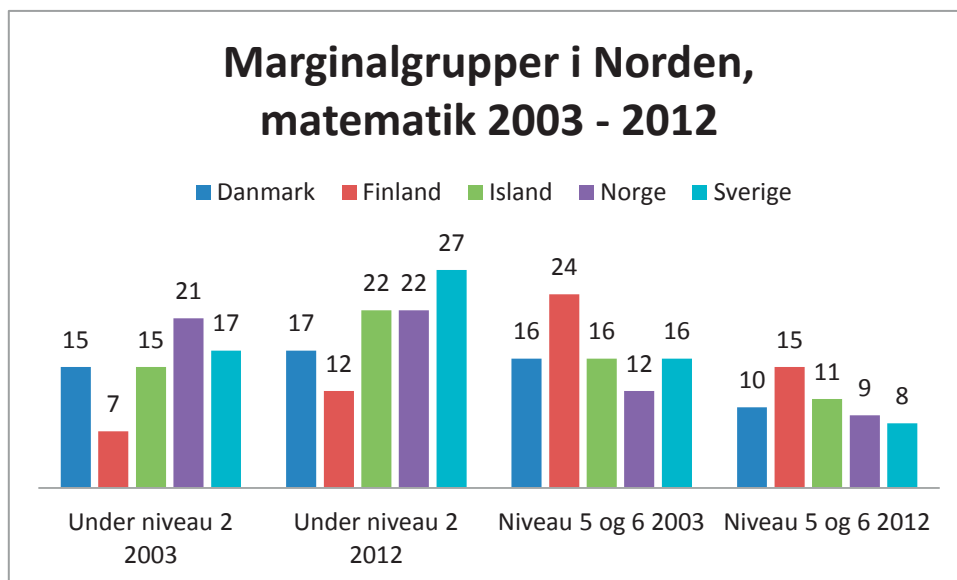
### 2.3.6 Marginalgrupper i Norden

Den lavt præsterende marginalgruppe defineres som elever under niveau 1 og på niveau 1. Den stærkt præsterende marginalgruppe defineres som elever på niveau 5 og 6.

For marginalgrupperne blandt danske elever gælder, at der ikke er færre i den svageste eller flere i den højeste i 2012 sammenlignet med 2003. Nedgangen i andelen af højt præsterende er bemærkelsesværdig fra 16 % til 10 %.

Om marginalgrupperne ses der på nordisk plan også den største ændring i Sverige med en forøget svagt præsterende andel elever (17 % til 27 %) samtidig med en halvering af stærkt præsterende (16 % til 8 %). I Norge er marginalgruppernes størrelse stabil gennem årene, dog med en mindre formindskelse af den højt præsterende gruppe.

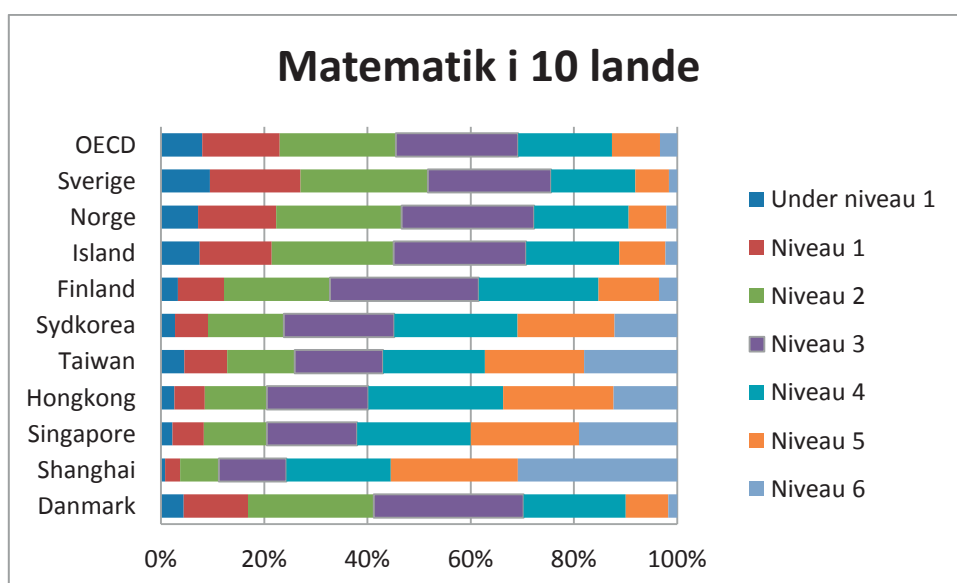
Figur 2.6 Marginalgrupper i Norden, matematik 2003-2012



### 2.3.7 Sammenligning med Norden og top 5-lande

Sammenlignes fordelingerne – på matematik samlet i 2012 – på nordisk plan og i de fem lande, hvor eleverne præsterer højest, ser man store forskelle. Det er meget tydeligt, at der er en meget stor andel elever på høje niveauer i top 5-landene med den koreanske som den mindste på 31 %. Det er langt flere elever end i de nordiske lande, også flere end i Finland. Det er også typisk, at der er færre svagt præsterende i top 5-landene end i de nordiske lande. I top 5-landene og de nordiske lande er der et enkelt lighedspunkt, idet andelen af svagt præsterende i Finland er af samme størrelse som i Taiwan. Gennemsnittet i top 5-landene på mellem 554 og 613 er langt højere end i de nordiske lande, hvor det er på mellem 478 og 519.

Figur 2.7. Matematik i 10 lande



Tabel til Figur 2.7. Andele på niveauer i 10 lande:

2012	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Gennemsnit
Danmark	4,4	12,5	24,4	29,0	19,8	8,3	1,7	500
Shanghai	0,8	2,9	7,5	13,1	20,2	24,6	30,8	613
Singapore	2,2	6,1	12,2	17,5	22,0	21,0	19,0	573
Hong Kong	2,6	5,9	12,0	19,7	26,1	21,4	12,3	561
Taiwan	4,5	8,3	13,1	17,1	19,7	19,2	18,0	560
Sydkorea	2,7	6,4	14,7	21,4	23,9	18,8	12,1	554
Finland	3,3	8,9	20,5	28,8	23,2	11,7	3,5	519
Island	7,5	14,0	23,6	25,7	18,1	8,9	2,3	493
Norge	7,2	15,1	24,3	25,7	18,3	7,3	2,1	489
Sverige	9,5	17,5	24,7	23,9	16,3	6,5	1,6	478
OECD	8,0	15,0	22,5	23,7	18,2	9,3	3,3	494

## 2.4 Præstationer på delområder

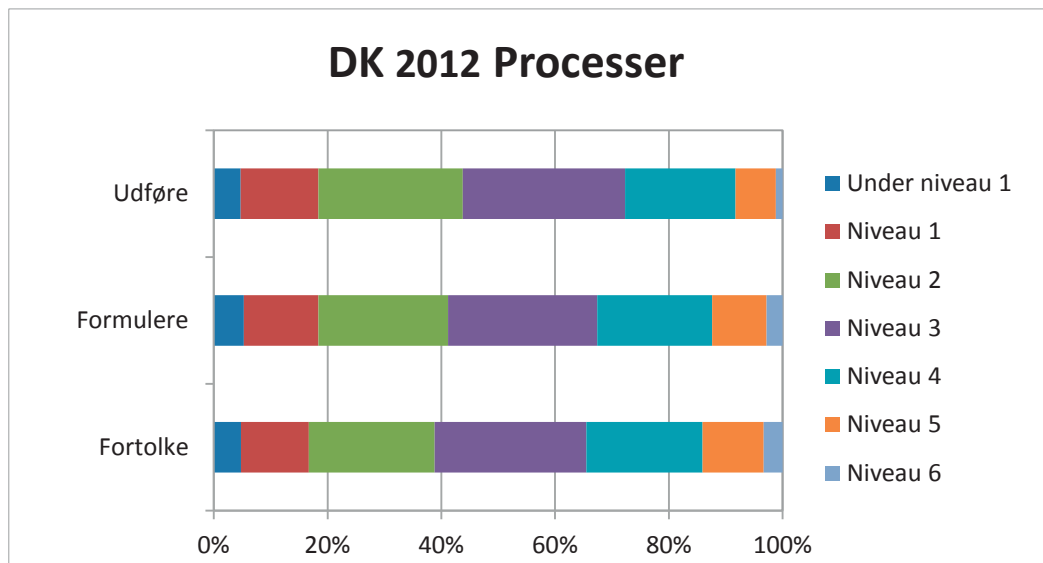
Da matematik er i fokus i PISA 2012, er det muligt at se, om tendenser for det samlede matematiske område også gælder for de rapporterede delområder af *mathematical literacy*. Gør de samme forhold sig gældende på alle tre matematiske processer *formulere matematiske spørgsmål, udføre problembehandling, herunder beregninger samt fortolke løsninger*? Og gør de samme tendenser sig gældende på alle fire matematiske idéområder *usikkerhed og data, størrelser, rum og form, forandringer og sammenhænge*?

Vi erindrer om, at vi senere i kapitlet giver beskrivelser af fem PISA-opgaver, der kan bruges til at eksemplificere, hvad de tre processer og de fire idéområder består af, og hvordan de testes.

### 2.4.1 Præstationer på de tre processer: formulere, udføre, fortolke

På de tre matematiske processer ser fordelingen af danske elevers præstationer ud som i figuren nedenfor:

Figur 2.8. Matematiske præstationer på tre processer



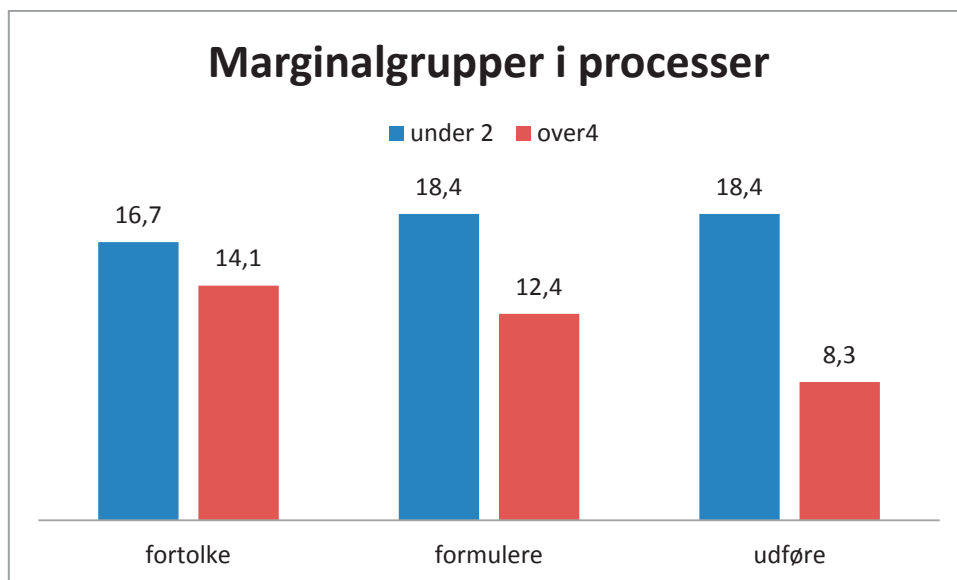
Tabel til Figur 2.8. Andele på processer, gennemsnit og forskelle:

Danmark	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drenge/ piger Score	Forskel drenge/ piger
Fortolke	4,8	11,9	22,1	26,7	20,4	10,8	3,3	508	515 / 501	14
Formulere	5,3	13,1	22,8	26,3	20,2	9,6	2,8	502	511 / 494	17
Udføre	4,7	13,7	25,4	28,6	19,4	7,1	1,2	495	500 / 489	12

Gennemsnittet på 508 indikerer, at danske elever samlet set præsterer bedst i forbindelse med at *fortolke* svar på matematiske problemer. Den svageste side hos den danske elevgruppe som helhed er at *udføre* beregninger og anden problembehandling, hvor gennemsnittet er 495. Præstationen ved *formulering* af matematiske problemer ligger derimellem og er gennemsnitlig. Stærke og svage sider hos piger og drenge er de samme.

De angivne forskelle i 2012 på drenge og pigers gennemsnit på mellem 12 og 17 i de tre processer har baggrund bl.a. i marginalgruppernes andele vedrørende de tre processer:

Figur 2.9. Marginalgrupper i processer



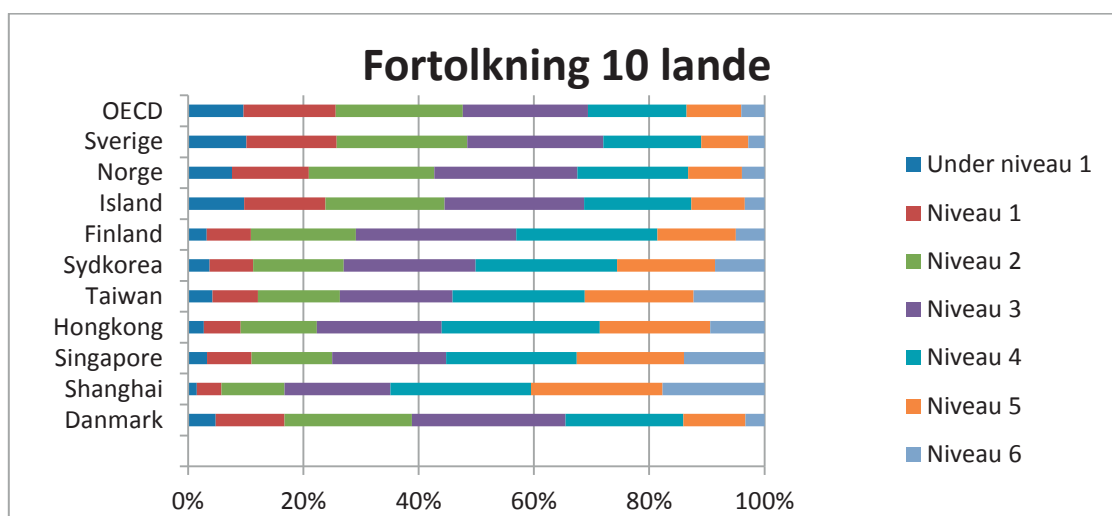
Figuren tydeliggør, at det især er i gruppen af de højt præsterende, at der er forskelle mellem de tre processer; mens andelen af svagt præsterende er af mere stabil karakter. Andelen af den højt præsterende gruppe er på 8,3 % i udførelse og knap dobbelt så stor på 14,1 % i fortolkning. Umiddelbart forekommer det os realistisk, at der kan ske en forbedring af andelen af højt præsterende i udførelse.

### 2.4.2 Præstationer på fortolkning

Vi ser nu på de tre processer hver for sig og sammenligner inden for de ti lande. Det gælder, som det fremgår af figur 2.10, at for alle de nordiske lande undtagen Island er fortolkning elevernes stærkeste side.

Også inden for fortolkning udmærker top 5-landenes elever sig ved præstationer langt over nordiske elevers. Det er i Danmark, der er den største kønsforskel.

Figur 2.10. Præstationer på fortolkning i 10 lande



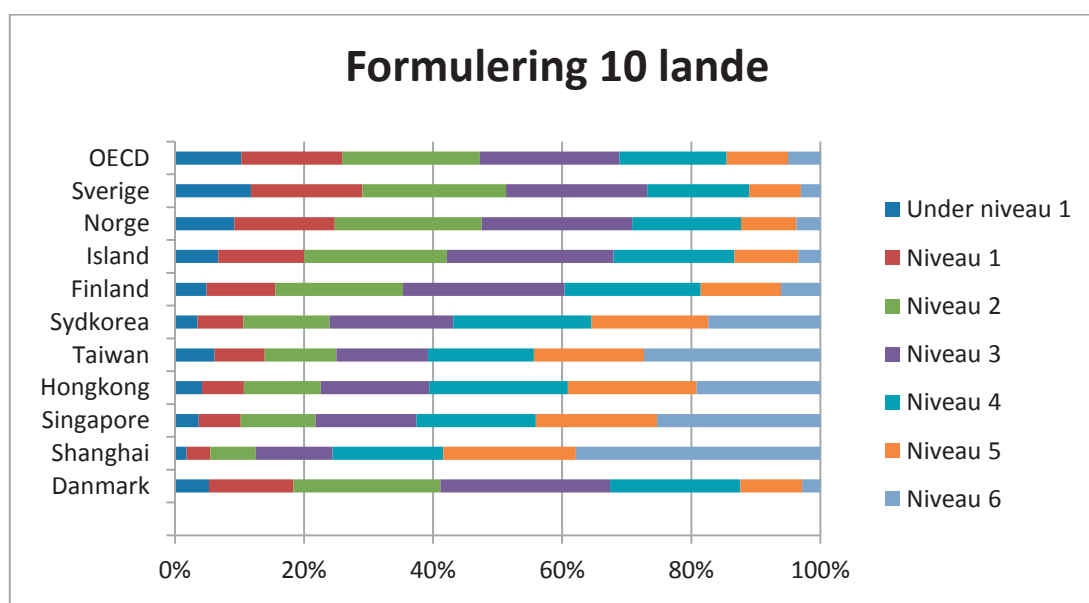
Tabel til Figur 2.10. Andele på niveauer, gennemsnit og forskelle i 10 lande:

Fortolkning	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drengene/piger score	Forskel drenge/piger
	%	%	%	%	%	%	%			
Danmark	4,8	11,9	22,1	26,7	20,4	10,8	3,3	508	515 / 501	14
Shanghai	1,5	4,3	10,9	18,4	24,4	22,8	17,7	579	582 / 576	7
Singapore	3,3	7,7	14,0	19,8	22,7	18,6	14,0	555	553 / 557	-5
Hong Kong	2,7	6,4	13,2	21,7	27,4	19,2	9,4	551	557 / 545	12
Taiwan	4,2	7,9	14,2	19,6	22,9	18,9	12,3	549	550 / 548	3
Sydkorea	3,7	7,6	15,7	22,9	24,6	17,0	8,6	540	545 / 535	10
Finland	3,2	7,7	18,2	27,8	24,5	13,6	5,0	528	523 / 534	-11
Island	9,7	14,1	20,7	24,2	18,6	9,3	3,4	492	487 / 498	-11
Norge	7,6	13,3	21,7	24,8	19,2	9,3	3,9	499	500 / 498	2
Sverige	10,1	15,7	22,7	23,6	17,0	8,2	2,8	485	484 / 486	-2
OECD	9,6	16,0	22,0	21,7	17,1	9,5	4,0	497	502 / 492	9

### 2.4.3 Præstationer på formulering

Formulering er de islandske elevers stærkeste side. Det er det også i alle top 5-landene. Fordelingen i de 10 lande ses her på figur 2.11. I formulering topper kønsforskellen i Hong Kong og Sydkorea.

Figur 2.11. Præstationer på formulering i 10 lande



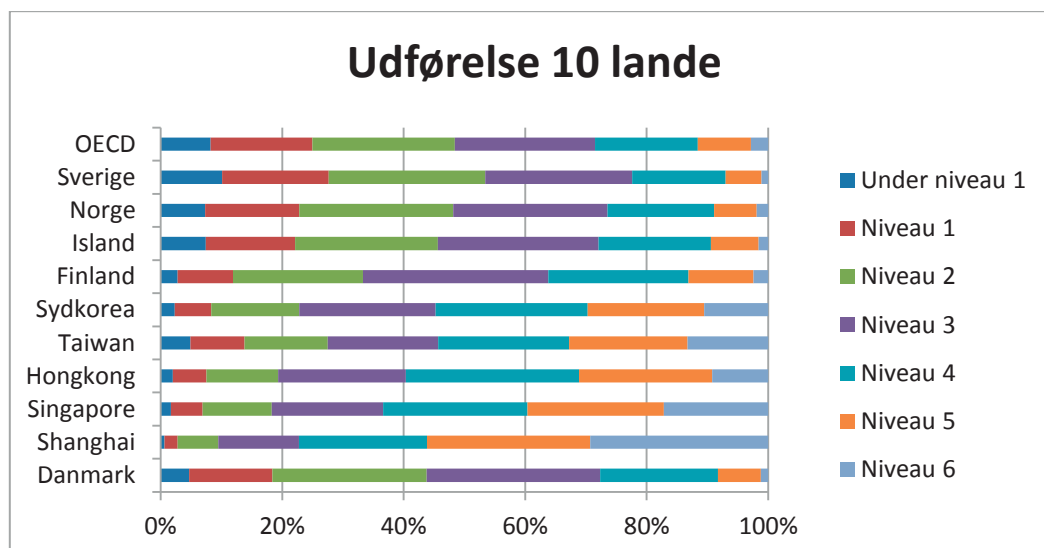
Tabel til Figur 2.11. Andele på niveauer, gennemsnit og forskelle i 10 lande:

Formulering	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total scorer	Drengene/ piger scorer:	Forskel drengene/ piger
	%	%	%	%	%	%	%			
Danmark	5,3	13,1	22,8	26,3	20,2	9,6	2,8	502	511 / 494	17
Shanghai	1,8	3,7	7,0	11,9	17,2	20,5	37,9	624	629 / 620	8
Singapore	3,7	6,5	11,6	15,6	18,5	18,8	25,3	582	581 / 582	-1
Hong Kong	4,2	6,5	11,9	16,8	21,5	19,9	19,2	568	579 / 557	22
Taiwan	6,1	7,8	11,1	14,2	16,4	17,1	27,3	578	584 / 573	11
Sydkorea	3,5	7,1	13,4	19,2	21,5	18,1	17,4	562	573 / 550	22
Finland	4,9	10,7	19,8	25,1	21,1	12,5	6,1	519	520 / 518	2
Island	6,7	13,3	22,1	25,8	18,7	9,9	3,4	500	499 / 501	-1
Norge	9,2	15,6	22,8	23,3	16,9	8,6	3,7	489	490 / 488	2
Sverige	11,8	17,3	22,3	21,9	15,9	8,0	3,0	479	480 / 478	2
OECD	10,3	15,6	21,3	21,6	16,6	9,5	5,0	492	499 / 484	16

#### 2.4.4 Præstationer på udførelse

Det er udførelse, der er den svageste side i alle nordiske lande. Men i top 5-landene er præstationerne i udførelse – udover at ligge klart højere end i de nordiske lande – svagere end i formulering, men stærkere end i fortolkning. I udførelse er det i Sydkorea og Danmark, man ser de største kønsforskelle.

Figur 2.12. Præstationer på udførelse i 10 lande





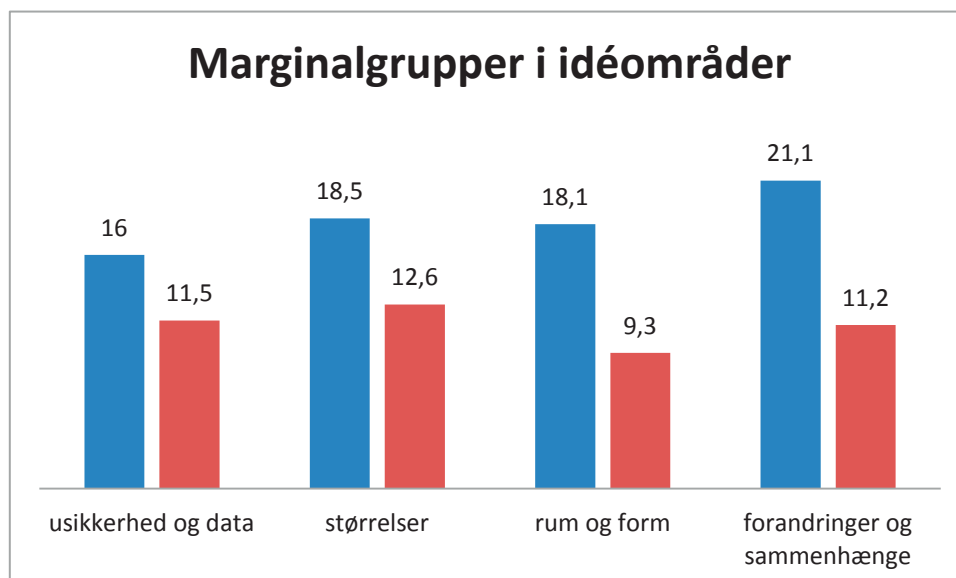
Tabel til Figur 2.12. Andele på niveauer, gennemsnit og forskelle i 10 lande:

Udførelse	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drengene/ piger score	Forskel drenge/ piger
	%	%	%	%	%	%	%			
Danmark	4,7	13,7	25,4	28,6	19,4	7,1	1,2	495	500 / 489	12
Shanghai	0,6	2,2	6,7	13,3	21,1	26,9	29,3	613	614 / 611	3
Singapore	1,7	5,2	11,4	18,3	23,8	22,4	17,2	574	571 / 577	-6
Hong Kong	2,0	5,5	11,8	21,0	28,5	21,9	9,2	558	563 / 552	11
Taiwan	4,9	8,9	13,7	18,2	21,6	19,5	13,3	549	551 / 547	4
Syd Korea	2,3	6,0	14,5	22,4	25,0	19,2	10,5	553	561 / 544	17
Finland	2,8	9,1	21,4	30,5	23,1	10,7	2,4	516	514 / 517	-3
Island	7,4	14,7	23,5	26,4	18,5	7,8	1,6	490	487 / 493	-7
Norge	7,3	15,5	25,3	25,4	17,5	7,0	1,9	486	487 / 486	2
Sverige	10,1	17,6	25,8	24,2	15,4	5,9	1,1	474	471 / 476	-5
OECD	8,1	16,5	23,1	22,7	16,7	8,6	2,8	493	498 / 489	9

#### 2.4.5 Præstationer på de fire idéområder

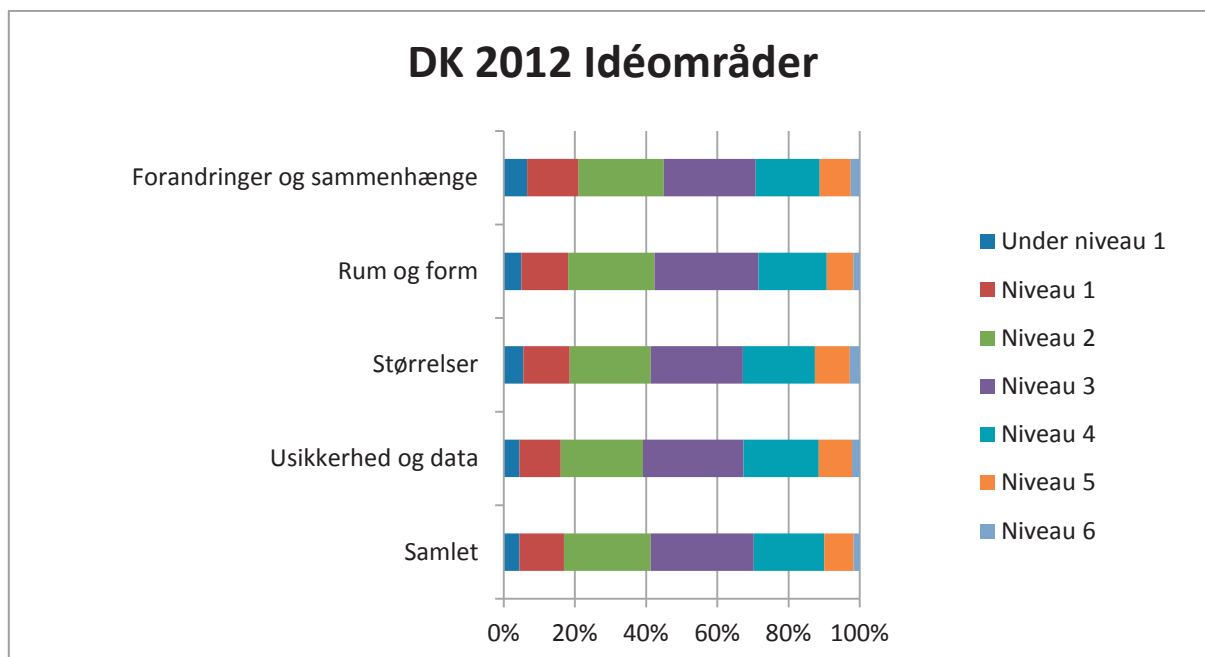
Også idéområderne kan opgøres særskilt. Marginalgrupperne i idéområderne er mere jævnt fordelt end marginalgrupperne i de tre processer. Der er flest svagt præsterende i forandringer og sammenhænge, hvor funktioner og algebra indgår. De færreste højt præsterende danske elever finder man i rum og form, hvor geometri indgår.

Figur 2.13. Marginalgrupper i idéområder



Den danske fordeling på alle niveauer, ikke kun for marginalgrupperne, fremgår af næste figur.

Figur 2.14. Fordelinger af niveauer på ideområder i Danmark



Tabel til figur 2.14. Andele på niveauer, gennemsnit og forskelle:

Idéområder DK 2012	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drengene/ piger score	Forskel drenge/ piger
Usikkerhed og data	4,4	11,6	23,2	28,2	21,2	9,3	2,2	505	512 / 498	14
Størrelser	5,5	13	22,8	25,9	20,2	9,8	2,8	502	510 / 495	15
Rum og form	5	13,1	24,3	29,2	19,1	7,5	1,8	497	504 / 490	14
Forandringer og sammenhænge	6,6	14,5	23,9	25,8	18	8,7	2,5	494	502 / 486	16

Rækkefølgen i figuren angiver danske elevers stærke og svage sider – stærkest i usikkerhed og data, hvor behandling af tabeller og diagrammer indgår, og svagest i forandringer og sammenhænge.

Gennemsnitligt gælder det for OECD-landene, at idéområdet størrelser er det letteste, og rum og form det sværeste. I seks lande præsterer eleverne bedst i forandringer og sammenhænge, i 13 lande i størrelser, og i ni resterende lande var det højeste gennemsnit i usikkerhed og data, heriblandt i Danmark.

For en sammenligning med 2003 ses her den tilsvarende fordeling:

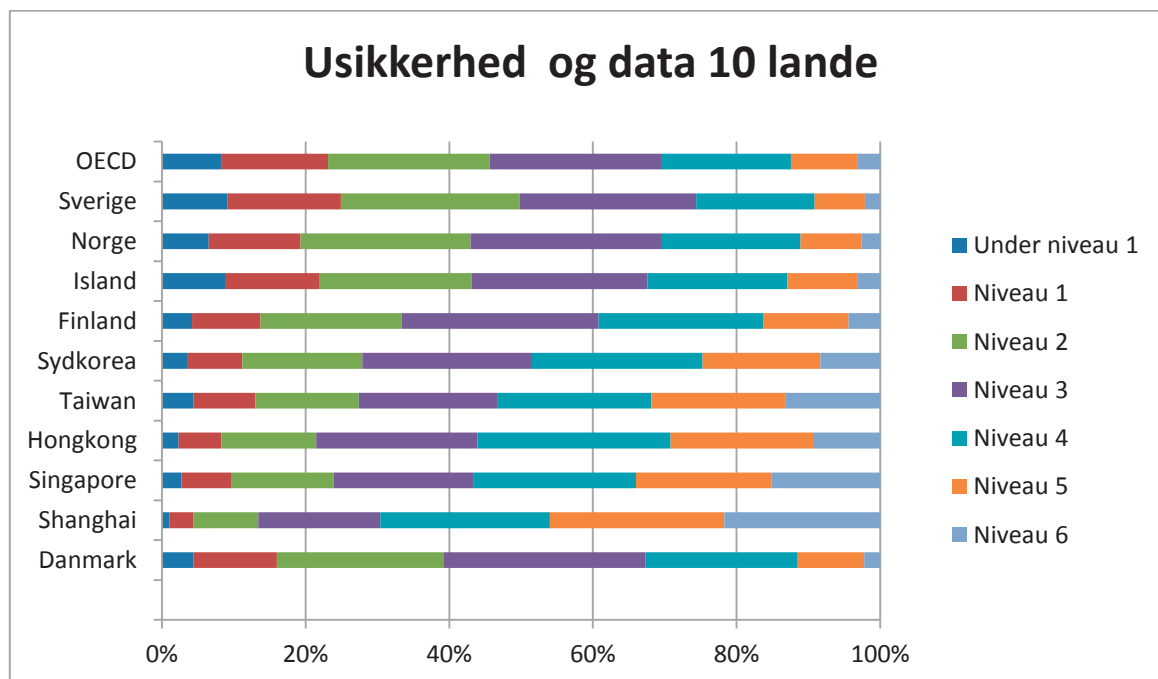
Idéområder DK 2003	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Dreng/ piger score	Forskel dreng/ piger
Usikkerhed og data	4	10	21	26	22	13	4	516	527 / 505	22
Størrelser	5	10	20	26	23	12	4	516	520 / 511	9
Rum og form	7	11	20	24	20	13	6	512	521 / 504	16
Forandringer og sammenhænge	6	12	20	25	21	11	5	509	520 / 499	21

Det ses, at forskellen mellem drenge og pigers præstationer er mere ens i 2012 over de fire områder (forskelle fra 14 til 16) end i 2003 (forskelle fra 9 til 22). Nedgangen fra 2003 til 2012 i totalscoren findes på alle fire områder. På usikkerhed og data fra 516 til 505, på størrelser fra 516 til 502, på rum og form fra 512 til 497 og på forandringer og sammenhænge fra 509 til 494. Det er på usikkerhed og data, at nedgangen er mindst på 11 point.

#### 2.4.6 Præstationer på usikkerhed og data

I en sammenligning vedrørende de ti lande i usikkerhed og data ser man en klar adskillelse mellem Norden og top 5-landene.

Figur 2.15. Præstationer på usikkerhed og data for 10 lande



Tabel til figur 2.15. Andele på niveauer, gennemsnit og forskelle i 10 lande:

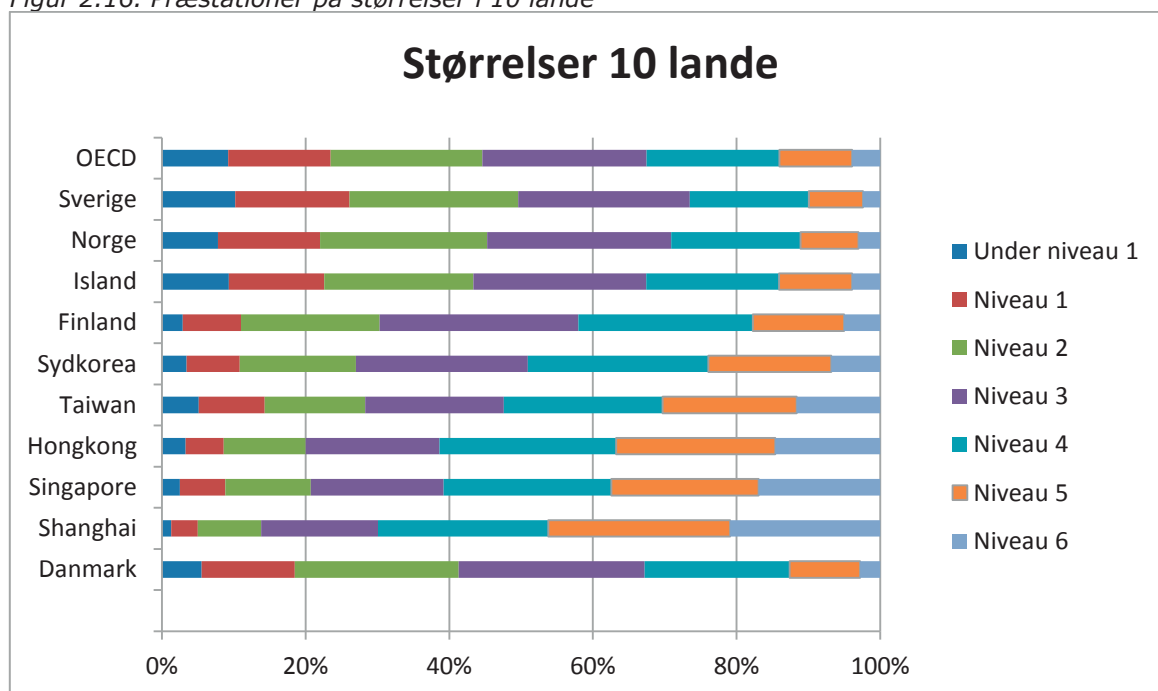
Usikkerhed og data	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drenge/piger score	Forskel drenge/piger
	%	%	%	%	%	%	%			
Danmark	4,4	11,6	23,2	28,2	21,2	9,3	2,2	505	512 / 498	14
Shanghai	1,0	3,4	9,0	17,0	23,6	24,3	21,7	592	594 / 590	4
Singapore	2,7	7,0	14,2	19,4	22,7	18,9	15,1	559	558 / 561	-4
Hong Kong	2,3	6,0	13,2	22,5	26,9	20,0	9,2	553	559 / 547	12
Taiwan	4,4	8,6	14,4	19,2	21,5	18,7	13,1	549	550 / 547	4
Sydkorea	3,6	7,6	16,7	23,6	23,8	16,4	8,3	538	546 / 528	18
Finland	4,2	9,5	19,7	27,4	22,9	11,9	4,4	519	516 / 521	-5
Island	8,8	13,2	21,2	24,5	19,5	9,8	3,1	496	491 / 501	-11
Norge	6,5	12,8	23,7	26,7	19,3	8,5	2,6	497	496 / 497	-1
Sverige	9,1	15,8	24,9	24,6	16,5	7,0	2,1	483	482 / 483	-1
OECD	8,3	14,8	22,5	23,8	18,1	9,2	3,2	493	497 / 489	9

De største kønsforskelle er at finde i Sydkorea og Danmark. De er større end den gennemsnitlige OECD-forskel. Der er ingen signifikante kønsforskelle i Norge, Sverige og Finland, og islandske piger præsterer højere end islandske drenge.

### 2.4.7 Præstationer på størrelser

Inden for størrelser ser man lignende mønstre som med usikkerhed og data. Der er bedre præstationer blandt elever i top 5-lande end i nordiske lande.

Figur 2.16. Præstationer på størrelser i 10 lande



Tabel til figur 2.16. Andele på niveauer, gennemsnit og forskelle i 10 lande:

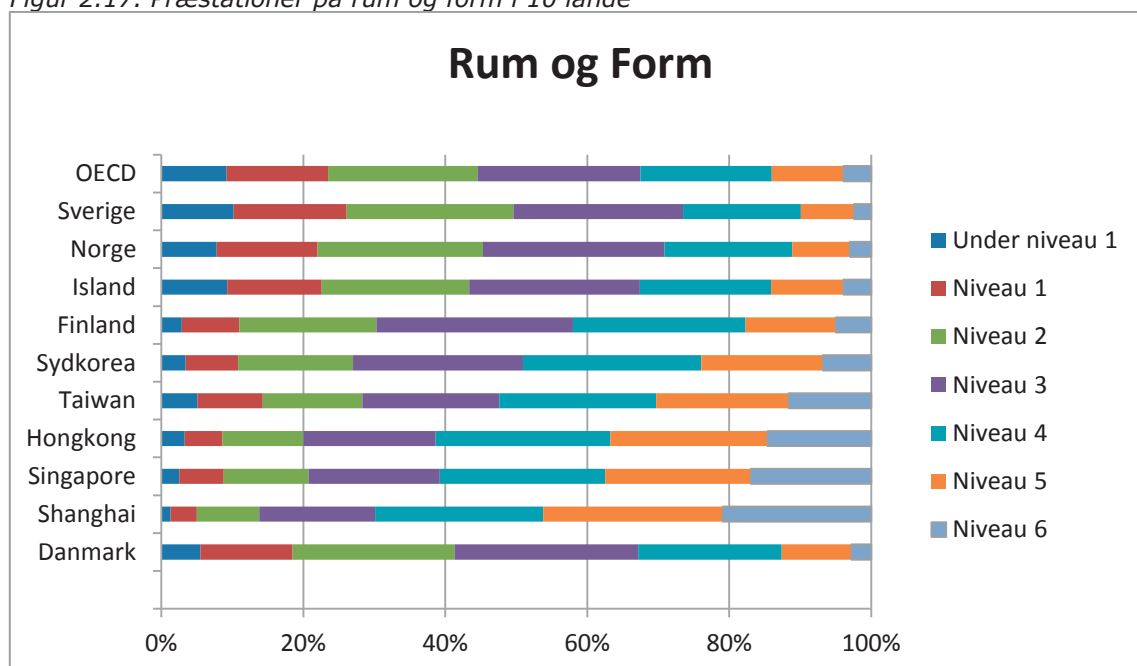
Størrelser	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drengene/ piger score	Forskel drenge/ piger
	%	%	%	%	%	%	%			
Danmark	5,5	13,0	22,8	25,9	20,2	9,8	2,8	502	510 / 495	15
Shanghai	1,3	3,7	8,8	16,3	23,7	25,3	20,9	591	596 / 586	9
Singapore	2,5	6,3	11,9	18,5	23,3	20,5	16,9	569	566 / 572	-6
Hong Kong	3,3	5,3	11,4	18,6	24,6	22,1	14,6	566	570 / 561	9
Taiwan	5,1	9,2	14,0	19,3	22,1	18,7	11,6	543	548 / 540	8
Sydkorea	3,4	7,4	16,2	23,9	25,1	17,1	6,8	537	543 / 531	12
Finland	2,9	8,1	19,3	27,7	24,3	12,7	5,0	527	525 / 528	-3
Island	9,3	13,3	20,8	24,1	18,5	10,2	3,9	496	494 / 499	-5
Norge	7,8	14,2	23,3	25,6	18,0	8,1	3,0	492	494 / 491	3
Sverige	10,2	15,9	23,5	23,9	16,6	7,5	2,4	482	478 / 485	-7
OECD	9,2	14,3	21,1	22,9	18,5	10,1	3,9	495	501 / 490	11

Også inden for størrelser topper Sydkorea og Danmark med hensyn til kønsforskel på præstationer. Elever i Singapore og i Sverige og Island skiller sig ud fra elever i de andre syv lande med relativt gode præstationer hos pigerne sammenlignet med drengene.

#### 2.4.8 Præstationer på rum og form

Rum og form er et idéområde, hvor præstationerne i de ti lande har samme mønstre som i usikkerhed og data samt størrelser.

Figur 2.17. Præstationer på rum og form i 10 lande



Tabel til Figur 2.17. Andele, gennemsnit og forskelle i 10 lande:

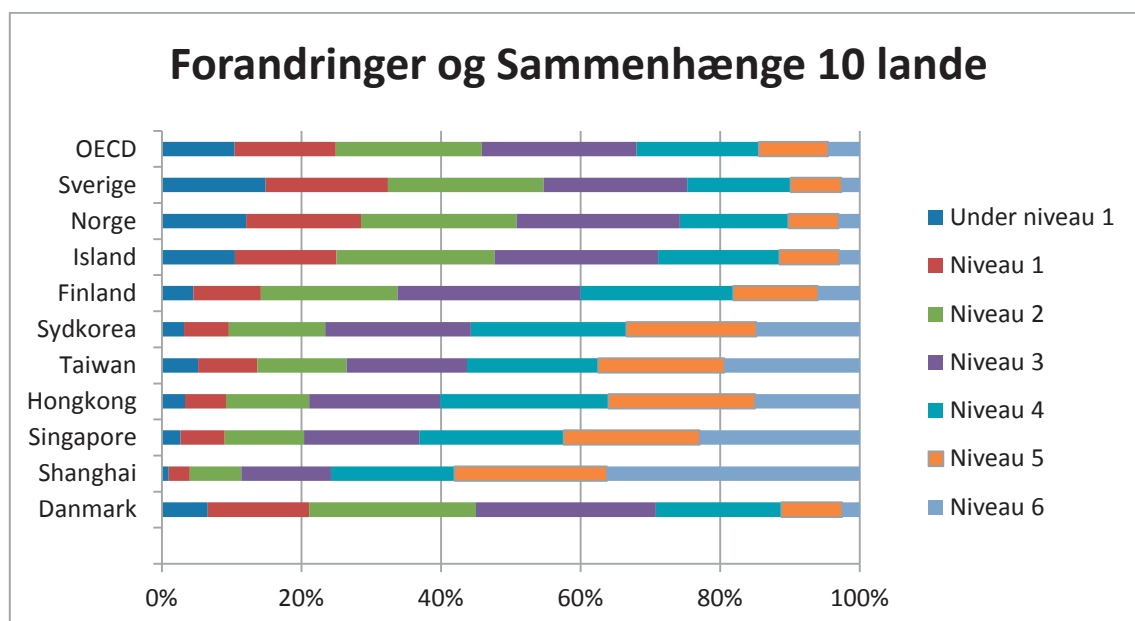
Rum og Form	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drengene/ piger score	Forskel drengene/ piger
	%	%	%	%	%	%	%			
Danmark	5,0	13,1	24,3	29,2	19,1	7,5	1,8	497	504 / 490	14
Shanghai	1,3	3,7	8,8	16,3	23,7	25,3	20,9	591	596 / 586	9
Singapore	2,5	6,3	11,9	18,5	23,3	20,5	16,9	569	566 / 572	-6
Hong Kong	3,3	5,3	11,4	18,6	24,6	22,1	14,6	566	570 / 561	9
Taiwan	5,1	9,2	14,0	19,3	22,1	18,7	11,6	543	548 / 540	8
Sydkorea	3,4	7,4	16,2	23,9	25,1	17,1	6,8	537	543 / 531	12
Finland	2,9	8,1	19,3	27,7	24,3	12,7	5,0	527	525 / 528	-3
Island	9,3	13,3	20,8	24,1	18,5	10,2	3,9	496	494 / 499	-5
Norge	7,8	14,2	23,3	25,6	18,0	8,1	3,0	492	494 / 491	3
Sverige	10,2	15,9	23,5	23,9	16,6	7,5	2,4	482	478 / 485	-7
OECD	9,2	14,3	21,1	22,9	18,5	10,1	3,9	495	501 / 490	11

Også i idéområdet rum og form er det i Danmark og i Sydkorea, der er de største præstationsforskelle mellem drenge og piger, hvor drenge har gennemsnit, der er 14 og 12 point højere end pigernes. Det er i Sverige og i Singapore, at pigerne relativt set præsterer bedst sammenlignet med drengene.

#### 2.4.9 Præstationer på forandringer og sammenhænge

I det sidste idéområde forandringer og sammenhænge har vi danske elevers svageste side, hvor 21,1 % præsterer under niveau 2. I øvrigt ses det samme generelle mønster for de ti landes indbyrdes sammenligning.

Figur 2.18. Præstationer på forandringer og sammenhænge 10 lande



Tabel til Figur 2.18. Andele på niveauer, gennemsnit og forskelle i 10 lande:

Forandringer og sammenhænge	Under niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Total score	Drengene/ piger score	Forskel drenge/ piger
	%	%	%	%	%	%	%			
Danmark	6,6	14,5	23,9	25,8	18,0	8,7	2,5	494	502 / 486	16
Shanghai	1,0	3,0	7,4	12,8	17,7	21,8	36,2	624	629 / 619	10
Singapore	2,7	6,3	11,4	16,5	20,7	19,5	22,9	580	581 / 580	1
Hong Kong	3,3	5,9	11,9	18,8	24,1	21,0	15,0	564	572 / 556	16
Taiwan	5,2	8,5	12,8	17,3	18,8	18,1	19,4	561	563 / 559	4
Syd Korea	3,2	6,4	13,8	20,9	22,3	18,6	14,8	559	569 / 548	21
Finland	4,5	9,7	19,6	26,2	21,9	12,1	6,0	520	521 / 520	1
Island	10,5	14,5	22,7	23,4	17,4	8,6	2,9	487	485 / 488	-3
Norge	12,1	16,5	22,3	23,4	15,6	7,2	3,0	478	479 / 476	3
Sverige	14,9	17,5	22,3	20,6	14,8	7,3	2,6	469	466 / 472	-5
OECD	10,4	14,5	20,9	22,2	17,5	9,9	4,5	493	498 / 487	10

I størrelser er det i Syd Korea, Hong Kong og Danmark, at drengene præsterer relativt bedst i forhold til pigerne. I de andre syv lande er der meget større ensighed mellem drenge og pigers præstationer. I Sverige og Island ses blandt disse ti lande de piger, der sammenlignet med drengene i deres land præsterer relativt bedst.

#### 2.4.10 Kommentar

Det kan synes overvældende med en sammenligning mellem top 5-landene og Norden, og det kunne også have været relevant at sammenligne med de tættere nabolande som Tyskland og Holland, hvor præstationerne også ligger højere end i Danmark. Tyskland har oplevet fremgang siden 2003, og hollandsk matematikundervisning har teoretisk været en meget brugt inspirationskilde i dansk matematikundervisning. Forskellene i præstationer i top 5-landene og i Danmark understreges af, at selv den fjerdedel elever med svage socioøkonomisk baggrund i Shanghai præsterer højere, med et gennemsnit på 562 point, end den fjerdedel af danske elever, der har stærkest socioøkonomisk baggrund, og hvor gennemsnittet er 545 point. Samtidig gælder for alle deltagende lande, at eleveres præstationer inden for et land vokser med elevernes stigende socioøkonomiske baggrund.

## 2.5 Eksempler på matematikopgaver i PISA 2012

Til illustration af hvilke typer af opgaver, som danske elever klarer bedre eller dårligere, end hvad der gennemsnitligt gælder, samt hvor de rammer det gennemsnitlige niveau, bringer vi her nogle uddrag fra frivillige PISA 2012-opgaver.

### 2.5.1 Cyklisten Helle [PM957Q01]

I pilottesten besvarede danske elever spørgsmålet ekstraordinært godt, og derfor kan det bruges til at illustrere, hvordan danske elever *mathematical literacy* substantielt kan være af en anden karakter, end hvad der gælder generelt.

---

## CYKLISTEN HELLE (E)



Helle har lige fået en ny cykel. Den har et speedometer, som sidder på styret.

Speedometeret kan fortælle Helle, hvilken distance hun tilbagelægger, og hendes gennemsnitshastighed på en tur.

### Spørgsmål 1: CYKLISTEN HELLE

**PM957Q01**

På en tur kørte Helle 4 km i de første 10 minutter og herefter 2 km i de næste 5 minutter.

Hvilket et af de følgende udsagn er korrekt?

- A Helles gennemsnitshastighed var højere i de første 10 minutter end i de næste 5 minutter.
- B Helles gennemsnitshastighed var den samme i de første 10 minutter og i de næste 5 minutter.
- C Helles gennemsnitshastighed var lavere i de første 10 minutter end i de næste 5 minutter.
- D Det er ikke muligt at vide noget som helst om Helles gennemsnitshastighed ud fra den givne information.

---

For at løse denne opgave skal man vide, at gennemsnitshastighed (eller -fart) er givet ved afstand per tid, i dette tilfælde kilometer per minut, og altså ikke, som det ofte er tilfældet, kilometer per time. Man skal indse, at forholdet mellem den tilbagelagte delstrækning og det opgivne tidsrum er det samme for de to delstrækninger af Helles tur. Det kan tanke- og handleprocesser i flere forskellige repræsentationer lede frem til.

Nogle elever vil evt. enten halvere eller fordoble det ene par informationer, 4 og 10 henholdsvis 2 og 5, og indse, at det giver det andet par informationer. Andre elever vil evt. opstille to brøker med tal med enheder og evt. foretage to divisioner eller en forkortning og en division, som dette:

$$\frac{4 \text{ [km]}}{10 \text{ [min]}} = \frac{2 \text{ [km]}}{5 \text{ [min]}} = 0,4 \text{ [km/min]}$$

Andre elever igen vil evt. tegne de to strækninger og måle sig frem til distancen på et minut eller på to minutter.



Denne opgave rubriceres som processen 'at udføre' i idéområdet 'forandringer og sammenhænge', og som en simpel multiple choice-opgave. Konteksten for opgaven er 'personlig'. Bemærk, at danske elever generelt er svagest med hensyn til at 'udføre' beregninger og i idéområdet 'forandringer og sammenhænge'. Den ekstraordinært gode svarprocent i pilotstudiet gør derfor opgaven lidt atypisk i dette øjemed. Men måske netop fordi der er flere måder at løse opgaven på, har gjort, at de klarer sig godt alligevel. Andre forklaringer kan være, at konteksten er 'personlig', samt at opgaven omhandler cykling.

## 2.5.2 Sovs [PM924Q02]

I denne opgave, som var en del af selve undersøgelsen, klarede de danske elever sig også rigtig godt. Opgaven er rubriceret under processen 'at formulere' i idéområdet 'størrelser' og som en, der kræver et 'kort svar'. Konteksten omhandler en 'personlig' situation.

### SOVS



Der bruges mange slags sovs, når man laver mad.

#### **Spørgsmål 1: SOVS** *PM924Q01 – 00 11 12 21 99*

De to flasker sovs, der vises nedenfor, indeholder den samme mængde og sælges for den samme pris.

Etiketterne på flaskerne forklarer, hvordan man fortynder sovsen med vand før brug.



**Sovs 1**



**Sovs 2**

Hvilken sovs ville du købe, når du skal lave så meget sovs som muligt? Sæt ring om A, B eller C og begrund dit svar.

- A Sovs 1
- B Sovs 2
- C Enten Sovs 1 eller 2 da begge koster det samme beløb.

.....

.....

.....

**Spørgsmål 2: SOVS**

**PM924Q02 – 019**

Du er ved at lave din egen dressing til en salat.

Her er en opskrift på 100 milliliter (ml) dressing.

Salat olie:	60 ml
Eddike:	30 ml
Sojasovs:	10 ml

Hvor mange milliliter (ml) salatolie skal du bruge for at lave 150 ml af denne dressing?

Svar: ..... ml

**Spørgsmål 3: SOVS**

**PM924Q03 – 019**

100 gram salatolie indeholder 920 kalorier.

1 ml salatolie vejer 0,9 gram.

Hvor mange kalorier indeholder 150 ml salatolie?

Antal kalorier: .....

Man bliver i opgaven bedt om at lave "den samme dressing" i en mængde, der er 50 ml større end den oprindelige. At der er tale om "den samme dressing" betyder – forudsættes det – dels at den laves af de samme ingredienser, dels at forholdene mellem ingredienserne er de samme for det større kvantum. Det skal så afgøres, hvilke konsekvenser det har for oliemængden. Selve matematiseringen, som udgør kernen i opgaven, består i at oversætte forholdet mellem salatolie i 100 ml dressing og i 150 ml dressing til matematik. Det sker ved, at samtlige ingrediensmængder skaleres med faktoren  $3/2$  – eller at vi lægger halvdelen eller 50 % til. Selve matematiseringen fører nu til:

$$60 \cdot \frac{3}{2} \quad \text{eller} \quad 60 + \frac{60}{2}$$

Den matematiske problemløsning består i en simpel udregning af ovenstående, hvilket giver 90. Afmatematiseringen består i at tilføje enheden milliliter, således at svaret i det ekstramatematiske domæne bliver 90 ml.

### 2.5.3 Salg af aviser [PM994Q03]

Denne opgave forekom kun i pilotstudiet, men den udgør endnu et eksempel på en type opgave, hvor danske elever klarer sig ekstraordinært godt i sammenligning med elever fra andre lande/områder. Opgaven er endnu et eksempel på en opgave i idéområdet 'forandringer og sammenhænge', hvilket i sig selv burde indikere, at opgaven kunne volde mange danske elever problemer. Men åbenbart overtrumpes dette af, at processen er at 'fortolke' – en af danske elevers klare styrker. Konteksten er 'uddannelse/arbejde'.

## SALG AF AVISER

I Zedland er der to aviser, der prøver at hverve sælgere. Annoncerne nedenfor viser, hvordan de betaler deres sælgere.

**ZEDLAND POSTEN**

**BRUG FOR EKSTRA PENGE?**

**SÆLG VORES AVISER**

Du vil blive betalt:  
0,20 zeds pr. avis for de første 240 aviser, du sælger på en uge plus 0,40 zeds for hver ekstra avis, du sælger.

**ZEDLAND TIDENDE**

**GODT BETALT JOB, DER IKKE TAGER LANG TID!**

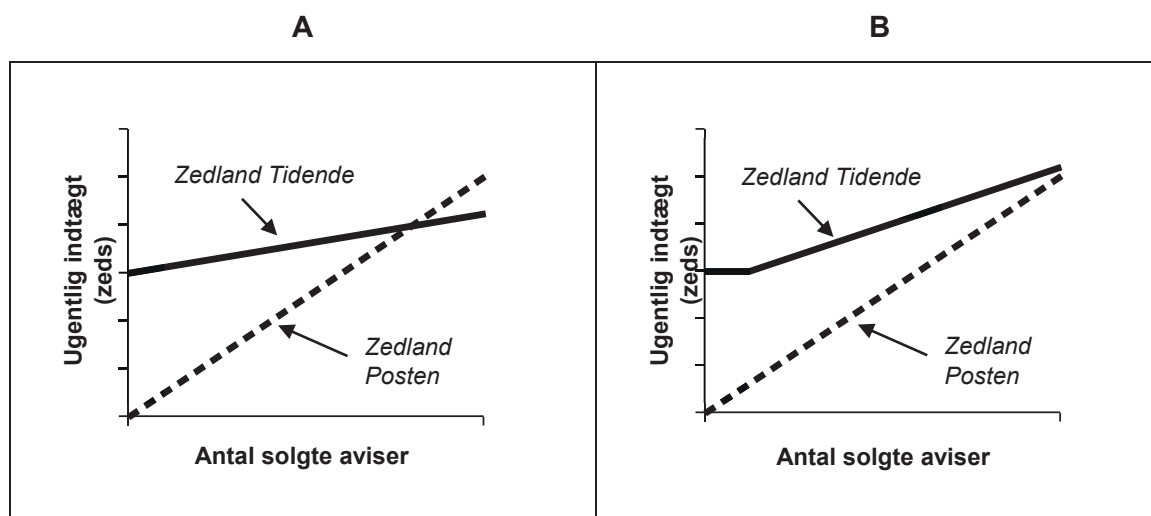
Sælg *Zedland Tidende* og tjen 60 zeds om ugen, plus ekstra 0,05 zeds pr. avis du sælger.

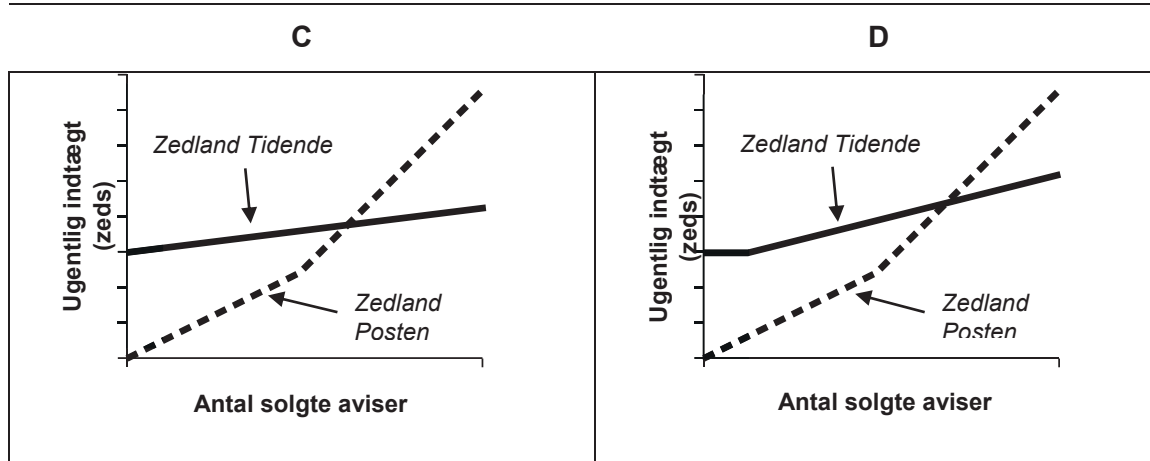
### Spørgsmål 1: SALG AF AVISER

**PM994Q03**

John beslutter sig for at søge en stilling som avissælger. Han skal vælge mellem Zedland Posten og Zedland Tidende.

Hvilken af de følgende grafer er en korrekt fremstilling af, hvordan de to aviser betaler deres sælgere? Sæt ring om A, B, C eller D.





Kernen i opgaven består i at vælge imellem fire forskellige matematiske modelpar givet i form af par af funktionsgrafer til repræsentation af den givne situation. I termer af modelleringscyklen (Blomhøj & Jensen, 2003) er der visse dele, som allerede er foretaget, og visse dele man så selv skal klare. For eksempel er selve præmatematiseringen (se evt. Niss, 2010) klaret for en, da de to annoncer beskriver antal, beløb og tidsskala. Det, som eleven derimod skal, er på baggrund af annoncerne at foretage selve matematiseringen af disse og så genkende de opstillede funktionsforskrifter i de kvalitativt opstillede grafer (modelpar). Det betyder selvfølgelig, at der i opgaven i et eller andet omfang allerede er foretaget en kvalitativ matematisering, men man skal altså koble den sproglige formulering i annoncerne til den grafiske – og dette kan ske via matematikken.

For *Zedland Posten* (ZP) kan aflønning beskrives ved hjælp af en gaffelforskrift:

$$f_{ZP}(x) = \begin{cases} 0,2x & \text{for } 0 \leq x \leq 240 \\ 0,2 \cdot 240 + 0,4(x - 240) & \text{for } x > 240 \end{cases}$$

Det matematiske domæne her er altså reelle funktioner defineret på den ikke-negative halvakse. Den kvalitative repræsentation af ZP's aflønning er en graf for en stykvis lineær funktion, med første del af grafen gennem (0,0) med én hældningskoefficient og dernæst med grafen gennem (240,48) med en større hældningskoefficient.

For *Zedland Tidende* (ZT) kan aflønning beskrives ved hjælp af følgende funktion:

$$f_{ZT}(x) = 60 + 0,05x \text{ for } x \geq 0$$

Det matematiske domæne er altså lineære funktioner af ikke-negative variable. Den kvalitative repræsentation af ZT's aflønning er en graf for en lineær funktion gennem (0,60) og med positiv hældningskoefficient.

Det sidste skridt i opgaven er altså en validering eller evaluering (da der ikke efterspørges egentlig afmatematisering), hvilket består i at konfrontere de fire modelpar med de to beskrevne aflønningsordninger. Hvad enten dette er sket via en matematisk opstilling af funktionsforskrifter, som ovenfor, eller via ræsonnementer om, at der må være tale om funktioner af de givne typer – altså formelt eller kvalitativt – så er det kun modellerne bag figur C og figur D, der giver en korrekt repræsentation af ZP's aflønningsordning, og tilsvarende modellerne bag figur A og figur C, der giver en korrekt repræsentation af ZT's aflønningsordning. Altså er det kun figur C, der alt i alt giver en korrekt repræsentation af både ZP's og ZT's modeller for aflønning af avissælgerne (kompleks multiple choice).

## 2.5.4 Dråbehastighed [PM903Q02; PM903Q03]

Fra denne opgave har vi udvalgt to spørgsmål: ét som kun optrådte i pilottesten, men hvor de danske elever klarede sig gennemsnitligt; og ét som var en del af selve undersøgelsen, hvor pilottesten indikerede at danske elever ikke klarede sig så godt. Idéområdet for opgaven er 'forandringer og sammenhænge', processen er 'at udføre', og konteksten er 'uddannelse/arbejde'.

---

### DRÅBEHASTIGHED



Infusioner (eller intravenøse drop) bruges til at give væsker og medicin til patienter.

Sygeplejersker har brug for at beregne dråbehastigheden,  $D$ , i dråber pr. minut ved infusioner.

De bruger formlen  $D = \frac{dV}{60n}$  hvor

$d$  er dråbetallet målt i dråber pr. milliliter (ml)

$V$  er rumfanget af infusionen målt i ml

$n$  er antallet af timer som infusionen skal vare.

#### Spørgsmål 1: DRÅBEHASTIGHED

**PM903Q02 – 019**

Hvad er dråbehastigheden,  $D$ , i dråber pr. minut når dråbetallet,  $d$ , er 6 dråber pr. ml, rumfanget,  $V$ , er 500 ml og infusionstiden,  $n$ , er 5 timer?

Dråbehastighed i dråber pr minut: .....

#### Spørgsmål 2: DRÅBEHASTIGHED

**PM903Q03 – 019**

Sygeplejersker har også brug for at beregne rumfanget af en infusion,  $V$ , ud fra dråbehastigheden,  $D$ .

En infusion med en dråbehastighed på 50 dråber pr. minut skal gives til en patient i 3 timer. Ved denne infusion er dråbetallet 25 dråber pr. milliliter.

Hvad er rumfanget af infusionen i ml?

Rumfanget af infusionen: .....

---

Opgaven omhandler ligesom Helles cykeltur hastighed – eller sagt med andre ord et forhold imellem flere størrelser. Modsat Helles cykeltur, hvor der kun er interesse for forholdet mellem to størrelser, nemlig kilometer og minutter, indgår der i denne opgave tre størrelser – dråber, milliliter og minutter – og dermed potentielt set også flere forhold, som kan være af interesse. De størrelser, som man bliver bedt om at interessere sig for, er dråber per minut,  $D$ , og dråber per milliliter,  $d$ , som indgår i den givne formel på følgende vis:

$$D = \frac{d \cdot V}{60 \cdot n}$$

I det ene spørgsmål [Q01] bliver man bedt om at indsætte i ovenstående formel og få et udtryk for dråbehastigheden,  $D$ , på baggrund af de opgivne værdier for  $d$ ,  $V$  og  $n$ :

$$D = \frac{6 \text{ [dråber/ml]} \cdot 500 \text{ [ml]}}{60 \cdot 5 \text{ [min]}} = 10 \text{ [dråber/min]}$$

I og med at der er enheder på de indgående størrelser, har man muligheden for at lave en mindre enhedsanalyse for at evaluere/validere sit svar.

I det næste spørgsmål [Q02] bliver man bedt om at bestemme volumen  $V$ , når de andre størrelser er opgivet. Udtrykket kommer altså til at se således ud, hvor  $V$  nu spiller rollen som den ubekendte:

$$50 \text{ [dråber/min]} = \frac{25 \text{ [dråber/ml]} \cdot V \text{ [ml]}}{60 \cdot 3 \text{ [min]}}$$

Øvelsen går nu ud på at få isoleret  $V$  på den ene side af lighedstegnet:

$$\frac{50 \text{ [dråber/min]} \cdot 60 \cdot 3 \text{ [min]}}{25 \text{ [dråber/ml]}} = 360 \text{ [ml]}$$

Dette giver igen mulighed for at foretage en enhedsanalyse for i nogen grad evaluere/validere sit svar. Alternativt kunne man også have isoleret  $V$  i den oprindelige formel for at få et direkte udtryk for volumen, som man så kunne have indsat i:

$$V = \frac{D \cdot 60n}{d}$$

I denne opgave er både præmatematiseringen og matematiseringen allerede foretaget, og man bliver bragt på banen i en i nogen grad formaliseret problemløsningssituation indenfor det matematiske domæne, der i bund og grund omhandler ligningsløsning i kontekst af forholdsregning. Selve afmatematiseringen består i at sætte enhed på resultatet, hvis man ikke har medregnet disse løbende, som gjort ovenfor, og valideringen kan som sagt, med forbehold for regnefejl, føres ved hjælp af en enhedsanalyse.

Som sagt klarede de danske elever sig gennemsnitligt i det første spørgsmål, som handlede om at sætte ind i en given formel. Men når det kommer til at flytte rundt i en formel (og i algebraiske udtryk), så går det langt værre.

### 2.5.5 Vindkraft [PM922Q03]

Det sidste eksempel på en opgave er også en, der kun optrådte i pilottesten, men til gengæld en, hvor danske elever klarede sig særdeles dårligt. Opgaven hører hjemme i idéområdet 'rum og form', den kræver et udvidet svar, konteksten er videnskabelig, og processen er 'at udføre'. Faktisk er det, som er på spil i denne opgave, genkendelsen af en situation, her en ekstramatematisk eller virkelig situation, hvori man kan gøre brug (derfor 'udføre') af en formel – en formel, som man selvfølgelig skal kende på forhånd eller (gen)finde i opgavesættets formelsamling, hvor den konkrete formel til denne opgave faktisk står opført.

## VINDKRAFT



Zedby overvejer at bygge nogle vindmøller, der skal producere elektricitet.

Bystyret i Zedby indhentede informationer om følgende model.

Model:	E-82
Tårnets højde:	138 meter
Antal vinger:	3
Længden på en vinge:	40 meter
Maksimal rotationshastighed:	20 rotationer pr. minut
Byggepris:	3 200 000 zeds
Omsætning:	0,10 zeds pr. produceret kWh
Vedligeholdelsesomkostninger:	0,01 zeds pr. produceret kWh
Effektivitet:	Kan være i gang 97 % af året

OBS: kilowatttimer (kWh) er en måleenhed for elektrisk energi.

### Spørgsmål 1: VINDKRAFT

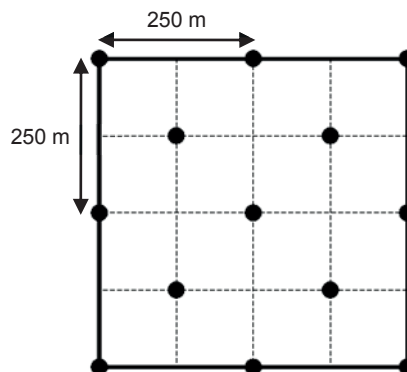
Zedby har besluttet at opstille nogle E-82 vindmøller på en kvadratisk mark (længde = bredde = 500 m).

Ifølge byggeregulativerne, skal minimum-afstanden mellem tårnene på to vindkraftstationer af denne type være fem gange længden af en vinge.

Byens borgmester har lavet et forslag til, hvordan man kan opstille vindmøllerne på marken. Dette er vist i diagrammet ved siden af.

Forklar hvorfor borgmesterens forslag ikke opfylder byggeregulativerne. Underbyg dine argumenter med beregninger.

**PM922Q03 – 019**



● = vindkraftstation  
OBS: Tegning er ikke i et rigtigt målestoksforhold.

.....

.....

.....

Som i opgaven med salg af aviser er præmatematiseringen i denne opgave allerede foretaget, her i kraft af borgmesterens forslag, som placerer vindkraftstationerne i et gitter bestående af kvadrater. Matematiseringen her består så først i at 'se' den retvinklede trekant, hvori hypotenusen ( $h$ ) udgør afstanden mellem to vindkraftstationer, og hvori de to katetre hver er af længden 125 m. Det matematiske domæne for denne opgave er altså Euklidisk geometri, og den formel, man skal ihukomme, er Pythagoras' sætning, som giver os:

$$h = \sqrt{125^2 + 125^2} \approx 177 \text{ m}$$

Dernæst skal man gange længden af en vinge, som er 40 m, med *fem*, hvilket giver 200 m. Og da  $177 < 200$  holder borgmesterens forslag ikke, hvilket i denne opgave, i termer af matematisk modellering, udgør evalueringen af den forkerte model.

## 2.6 Overensstemmelse mellem præstation og tiltro til egne evner

Lad os nu vende tilbage til vores indledende præsentation af danske elevers tiltro til egne evner og se, hvordan disse så stemmer overens med de faktiske præstationer i PISA 2012.

Overordnet set er danske elevers tiltro til egne evner meget positive. Ca. 88 % er i stand til at benytte sig af køreplaner; ca. 86 % forstår diagrammer i aviser; ca. 78 % kan udregne rabatter angivet ved procentmæssig besparelse; ca. 77 % kan løse simple førstegradsligninger; ca. 67 % kan udregne gulvarealer; ca. 62 % kan beregne en bils benzinforbrug; ca. 58 % kan finde afstanden mellem to steder på et kort; men kun ca. 47 % kan løse mere komplicerede ligninger. Der er en vis korrelation imellem elevernes svar og deres faktiske præstationer i matematikopgaverne, idet de så at sige samvarierer. For eksempel er det ganske korrekt, at danske elever i meget høj grad er i stand til at fortolke diagrammer og skemaer (herunder køreplaner). Det er også korrekt, at danske elever har flere problemer, når det kommer til rum og form (herunder gulvarealer og afstande). Dette kan tages som en indikator på, at eleverne svarer ærligt på spørgsmålene.

I forhold til ændringer fra 2003 til 2012 er det første, der umiddelbart slår en, når man ser på tabel 2.1, at tallene fra 2012 i meget høj grad ligner dem fra 2003, og blandt de få udsving, der faktisk er at spore, når man nærlæser resultaterne, er der ikke nogen udsving på mere end ca. 5 %. Der er altså en vis status quo gennem ni år af danske 15-åriges tro på egne evner. Gående fra venstre mod højre i tabellen er der enkelte stigninger at spore blandt elever med socialt svag baggrund, idet disse i 2012 mener sig selv bedre til at læse køreplaner samt til at løse simple førstegradsligninger, end tilsvarende elever gjorde i 2003. Med hensyn til mindre nedgange mener pigerne sig i 2012 lidt dårligere til at løse mere komplicerede ligninger, og så er der en overordnet tendens at spore i forhold til, at elever i 2012 ser sig dårligere til at finde afstande på land- og bykort. Denne sidste tendens må formodes at kunne tilskrives udbredelsen af (mobil) teknologi siden 2003, der løser dette problem, fx diverse apps til mobiltelefoner mv. Men da spørgsmålet også går på skalering, altså det at kunne udregne den faktiske afstand baseret på en forholdsmodel, i dette tilfælde et kort med målestok 1:10.000, kan det ikke udelukkes, at det er forholdsregningen, som eleverne føler en større usikkerhed overfor. Endelig mener flere socialt stærke elever sig i stand til at beregne brændstofforbrug i 2012 end i 2003.

Men det helt slående er dog, at overordnet set så er der kun minimale variationer at spore imellem elevers tiltro til egne evner anno 2003 og ditto anno 2012. Dette er ikke i overensstemmelse med tilbagegangen i de faktiske præstationer i matematikopgaverne!

### 2.6.1 Tiltro til egne evner i de andre nordiske lande og top 5-landene

Hvad angår det at tyde køreplaner, ligner de danske elevers tiltro til egne evner meget elevers i de andre nordiske lande (se tabel 2.4). Hvad angår det at udregne procentvise rabatter, adskiller vi os heller ikke markant fra vores naboer, og heller ikke i forhold til at bestemme afstande på kort og beregne gulvarealer – selvom finske elevers tiltro til egen formåen på disse områder er lidt lavere end de andre nordiske elevers. Hvad angår forståelse af diagrammer i aviser og beregning af benzinforbrug, ligger vi endda en smule højere end vores nordiske naboer. Men når det kommer til ligningsløsning, både de simple, men specielt de mere



komplicerede, så er danske elevers tro på egen formåen en hel del lavere end de andre nordiske elevers. Interessant er det, at elever i Finland, som jo præsterer bedst blandt de nordiske lande, i flere tilfælde har mindre tiltro til egne evner end de andre nordiske elever.

Tabel 2.4. Tiltro til egne evner (self-efficacy) i Norden og top 5-landene i 2012.

	At benytte en togplan til at finde ud af, hvor lang tid det vil tage at køre fra en by til en anden	Regne ud, hvor meget billigere et TV ville blive, efter der er givet 30 % rabat	Regne ud, hvor mange kvadratmeter fliser der skal bruges til at dække et gulv	Forstå diagrammer, der vises i aviser	Løse en ligning som $3x + 5 = 17$	Finde afstanden mellem to steder på et kort med målestoksforhold 1:10.000	Løse en ligning som $2(x+3) = (x+3)(x-3)$	Beregne en bils benzinforbrug	Indeks of mathematics self-efficacy
Land									Mean Index
Danmark	87,7	78,1	67,4	86,3	76,7	57,7	46,5	62,2	-0,12
Shanghai	90,8	95,2	91,8	90,3	96,9	92,8	95,1	80,0	0,94
Singapore	79,6	94,4	79,8	77,9	93,3	81,2	86,9	73,4	0,47
Hongkong	80,3	92,9	78,7	82,0	92,9	65,3	81,2	51,3	0,22
Taiwan	77,8	89,6	73,1	76,1	84,9	69,6	75,7	47,0	0,18
Sydkorea	63,7	67,6	55,4	71,8	81,5	38,2	73,9	31,0	-0,36
Finland	83,8	72,3	58,0	59,4	83,7	54,2	61,9	46,4	-0,27
Island	81,5	82,7	63,0	73,8	86,7	57,1	76,5	61,1	0,05
Norge	82,6	81,3	63,4	70,1	82,3	60,8	58,6	61,6	-0,01
Sverige	89,5	82,6	66,6	86,9	83,3	62,9	59,5	58,0	0,03
OECD	81,4	79,8	68,1	79,5	85,2	55,9	73,1	56,0	0

Men faktisk er noget tilsvarende også tilfældet for elever i flere af top 5-landene. For eksempel anser flere danske elever sig sikre på at forstå diagrammer og tyde køreplaner end elever i Singapore, Hong Kong, Taiwan og Sydkorea. Hvorimod markant flere elever i top 5-landene er sikre på deres egne evner i forhold til ligningsløsning end i Danmark. Generelt set er tiltroen til egne evner i top 5-landene mere i overensstemmelse med disse landes faktiske præstationer i PISA 2012-matematikopgaverne.

## 2.7 Andre affektive baggrundsvARIABLE som mulige forklarings-modeller

Her vil vi se på en række andre affektive baggrundsvARIABLE for at søge indsigt i, hvorfor danske skoleelever anno 2012 besvarer PISA-opgaver i matematik ringere, end det var tilfældet for danske skoleelever anno 2003 (og 2000).

### 2.7.1 Oversigt

Vi fortæller om, hvordan baggrundsvariablene knyttes sammen i *constructs*, og præsenterer resultater om tre grupper af *constructs*: først resultater om danske elever, så sammenligning på nordisk basis og med top 5 landene. De tre grupper indeholder

- Elevernes matematik-selvopfattelser og deltagelse i matematiske aktiviteter
- Drivkraft og motivation samt engagement i og med skolen
- Elevernes opfattelse af underviseres adfærd i klasserumssituationer.

Hvert *construct* er dannet med et antal spørgsmål. Elevers tro på egne evner er et eksempel på et sådant *construct*, som består af de otte spørgsmål, der er gengivet i tabel 2.1. Som set i figur 2.19 omfatter denne gruppe *constructs*, omhandlende elevers bekymring i og om matematik (mathematics anxiety), deres selvopfattelse i matematik (mathematics self-concept), deres adfærd i matematik (mathematics behaviours), deres intentioner (mathematics intentions) samt de subjektive normer, der kan være på spil i matematikundervisningen (subjective norms in mathematics).<sup>5</sup>

De to andre grupper i figur 2.19 handler, som det ses, om henholdsvis 'drivkraft og motivation' (drive and motivation) og 'engagement i og med skolen' (engagement with and at school). Her skal vi i den følgende gennemgang koncentrere os om iboende og instrumentel motivation for at lære matematik (intrinsic and instrumental motivation to learn mathematics), åbenhed overfor problemløsning (openness to problem solving) samt vedholdenhed (perseverance) i den mellemste gruppe og indstilling overfor skolen (attitudes towards school) og tilhørsforhold (sense of belonging) i den første gruppe.

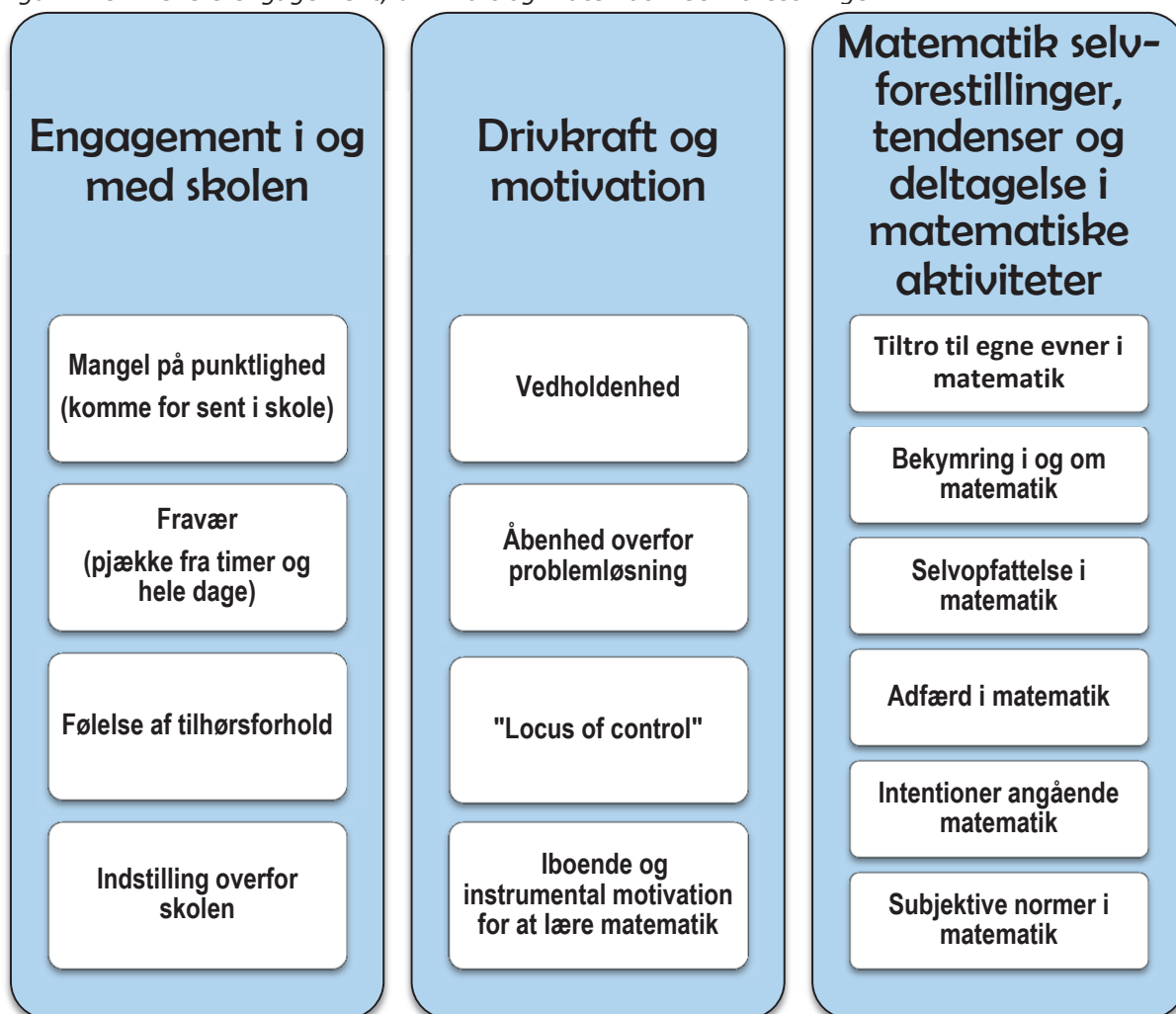
Udover de affektive baggrundsvariable/resultater er der også en gruppe af baggrundsvariable, som går på 'matematiklæreres adfærd i klasserumssituationer'. I denne gruppe skal vi kigge på fire forskellige *constructs*: kognitiv aktivering (cognitive activation); elevinstruktion (index of teacher-directed instruction); elevinvolvering (index of teachers' student orientation); og elevvurdering (index of teachers' use of formative assessment).

Når vi ser på elevernes præstationer i 2003 og 2012, er tendensen klar. Der er selvfølgelig tale om en tendens, der er generel for de nordiske lande, altså at det overordnet set er gået tilbage for samtlige nordiske lande siden 2003, inklusive Finland, selvom de stadig klarer sig markant bedre end resten af Norden. Et sted, hvor man kan lede efter mulige forklaringsmodeller, er i de affektive (baggrunds)variable. Hvis der for Danmark og de øvrige nordiske lande, som altså overordnet set har haft en tilbagegang, tegner sig et mere eller mindre klart mønster, hvordan korrelerer dette mønster så med baggrundsvariablene for de lande, der ligger i toppen af PISA 2012? Denne idé vil vi nu forfølge gennem dette afsnit for at se, om den kan gøre os klogere på, hvor 'hunden ligger begravet'.

---

<sup>5</sup> I PISA 2003-rapporten blev 'self-efficacy' omtalt som selvtillid og 'self-concept' som selvbillede (Egelund, 2004).

Figur 2.19. Elevers engagement, drivkraft og matematik-selvforestillinger.



### 2.7.2 Matematik-selvforestillinger, tendenser og deltagelse i matematiske aktiviteter [Dk]

Tabellerne for de fem yderligere *constructs* i gruppen om elevers matematik-selvforestillinger findes i appendiks, hvor man således også kan se de helt præcise spørgsmål, som eleverne svarer på inden for hvert *construct*. Med reference til tabellerne foretager vi her en selektiv gennemgang. Som vi så for elevernes tiltro til egne evner, skal man ikke forvente voldsomme ændringer fra 2003 til 2012. Typisk ligger de største ændringer i omegnen af en forskydning på ca. 5 %, så det vil være dem, vi koncentrerer os om (selv om der selvfølgelig undertiden forekommer større ændringer). Sammenligninger mellem 2003 og 2012 kan i øvrigt ikke foretages for de tre sidste *constructs* – elevers adfærd, intentioner og subjektive normer – da disse er nye *constructs* og således ikke var med i PISA 2003.

Hvad angår bekymring i og om matematik (appendiks, tabel A1), så er det i dette *construct*, at der overordnet set er flest ændringer at spore fra 2003 til 2012. Flere elever føler sig bekymrede for, at de vil have svært ved at følge med i matematiktimerne, bliver nervøse, når de laver matematikopgaver, føler sig hjælpeløse i en opgaveløsningssituation, og ikke mindst er flere bange for at få dårligere karakterer i matematik. Denne ændring skyldes en forholdsvis markant stigning i bekymring blandt pigerne (her er der tale om ændringer på op mod ca. 10 %). Næsten halvdelen af de adspurgte piger er bekymrede for at kunne følge med i

matematiktimerne, og over halvdelen er bange for at få dårlige karakterer. For drengene er der kun mindre ændringer at spore fra 2003 til 2012, omend deres mønster for bekymringer følger pigernes. En generel ændring synes at være, at der er flere, der bliver nervøse, når de løser matematikopgaver, også uanset sociale forhold. Med udgangspunkt i den sociale baggrund er der yderligere et par ændringer at spore. Der er i 2012 en mindre stigning i antallet af elever med socialt svag baggrund, der er bekymrede for at kunne følge med, og blandt dem med socialt stærk baggrund er der en stigning i antallet, der er bange for at få dårlige karakterer i matematik.

Med elevernes selvopfattelse i matematik (appendiks, tabel A2) ser det derimod positivt ud, forstået på den måde at de ændringer, der er at spore fra 2003 til 2012, er til det bedre. For eksempel er der en mindre stigning i antallet af drenge, der siger, at de får gode karakterer i matematik; der er en stigning blandt dem med socialt stærk baggrund, der mener, at matematik er et af deres bedste fag; og helt overordnet er der en mindre stigning i antallet af elever, der mener sig i stand til at forstå selv de sværeste emner i matematiktimerne (selvom der alt i alt kun er tale om ca. 40 % af de adspurgte) – den største stigning blandt undergrupperne ses hos dem med socialt svag baggrund. Overordnet set erklærer ca. 70 % – et tal der er omtrent uændret fra 2003 – sig uenige i, at de *ikke* er gode til matematik, hvilket stemmer overens med, at det er ca. 70 %, der får gode karakterer i matematik, og ca. 60 %, der mener sig hurtige til at lære matematik. En generel tendens er dog, at drengenes selvopfattelse i matematik er bedre end pigernes – hvilket er i overensstemmelse med, at pigerne er markant mere bekymrede i og om matematik end drengene (jf. appendiks, tabel A2).

Angående adfærd i matematik (appendiks, tabel A3) er der mellem en fjerdedel og en tredjedel, der erklærer sig enige i, at de taler med deres venner om matematikopgaver, hjælper venner med matematikopgaver og laver matematik i deres fritid. Der er imidlertid ikke mange, der laver matematik i mere end to timer efter skole hver dag (kun ca. 3 %). Der er omtrent lige så få, der deltager i matematikkonkurrencer, er i en matematikklub eller spiller skak. Dette er ikke synderligt overraskende, men afdækker et kulturelt aspekt og berører samtidig en betragtning omkring de dygtige elever – men dette skal vi vende tilbage til senere. Imidlertid er der omkring 10 % af drengene, der selv udvikler computerprogrammer, og tilmed lader det ikke til her at have nogen synderlig effekt, om man har svag eller stærk social baggrund.

Intentioner angående matematik (appendiks, tabel A4) er et *construct*, der spørger til elevers hensigter i forhold til fremtidige kurser, supplerende kurser, indsats med hensyn til matematik, videregående uddannelse samt karrierevalg. Ca. 72 % af de adspurgte elever siger, at de har besluttet sig for at tage en videregående uddannelse, hvor matematikfærdigheder er nødvendige, og ca. 64 % har planer om at vælge en egentlig karriere, der involverer *en masse* matematik. Ca. 59 % har til hensigt at tage supplerende matematikkurser, når de er færdige med skolen, ca. 63 % er villige til at gøre en større indsats *end nødvendigt* i matematiktimerne, og ca. 68 % har planer om at tage så mange matematiktimer som muligt i deres uddannelse. Subjektive normer i matematik (appendiks, tabel A5) er et *construct*, der spørger til elevers oplevelse af henholdsvis deres venner og matematik samt deres forældre og matematik. Ca. 87 % mener, at deres venner klarer sig godt i matematik (altså en noget højere procentdel end de ca. 70 %, der ifølge dem selv får gode karakterer i matematik), hvorimod kun ca. 57 % mener, at deres venner arbejder hårdt i matematik. Kun ca. 13 % mener, at deres venner finder det sjovt at have matematikprøve. Ifølge eleverne er omtrent samtlige forældre af den opfattelse, at det er vigtigt for eleven at lære matematik, hvilket stemmer fint overens med den lidt lavere procentsats af forældre, der, ifølge eleverne, mener, at matematik er vigtigt i forhold til elevens karriere. Ifølge eleverne kan tre fjerdedele af alle forældre godt lide matematik!

### 2.7.3 Sammenligning med de andre nordiske lande og top 5-landene

Hvad angår bekymring i og om matematik, er der en klar forskel at spore mellem de nordiske lande og top 5-landene (se appendiks, tabel AB1). Færre nordiske elever bliver nervøse, når de

løser matematikopgaver, og færre elever føler sig hjælpeløse i forbindelse hermed end i top 5-landene. Ydermere er der en markant forskel i andelen af elever, der er bange for at få dårlige karakterer i matematik, hvor det er omkring tre fjerdedele for top 5-landene, er det nede på cirka halvdelen for de nordiske lande. Danmark har blandt disse ti lande den laveste procentdel af elever, der er bekymrede for, at de vil have svært ved at følge med i matematiktimerne. Overordnet set er Danmark det nordiske land med de mindst bekymrede elever, hvorimod Norge er det land med de mest bekymrede (i flere henseender lige så bekymrede som eleverne fra top 5-landene).

De danske elevers selvopfattelse i matematik er generelt set forholdsvis høj i forhold til både de andre nordiske lande og top 5 landene (appendiks, tabel AB2). Flere danske elever erklærer sig uenige i, at de ikke er gode til matematik – altså at de ikke er dårlige. Samtidig siger tre fjerdedele af de danske elever, at de får gode karakterer i matematik, hvorimod det i de fleste af top 5-landene er en tredjedel af eleverne, der får det – hvilket selvfølgelig er bemærkelsesværdigt taget i betragtning, hvor meget bedre disse elever klarer sig i matematik i forhold til de danske elever. Flere nordiske elever end elever fra top 5-landene anser sig selv som hurtige til at lære matematik (med undtagelse af Singapore, som topper her). Danmark er sammen med Singapore og Island blandt de lande, hvor flest elever altid har ment, at matematik er et af deres bedste fag. Med hensyn til at forstå selv de sværeste emner i matematiktimerne ligger Danmark sammen med de andre nordiske lande højt med sine ca. 40 %, hvilket er på niveau med Singapore, men en del over de øvrige top 5-lande.

Med hensyn til adfærd i matematik (se appendiks, tabel AB3) taler danske elever i langt højere grad med deres venner om matematikopgaver end elever i de andre nordiske lande, og der er også flere danske elever, som hjælper deres venner med matematik – her ligner Danmark i højere grad top 5-landene. Næst efter Sydkorea er Danmark det land blandt de ti, hvor flest elever laver matematik i deres fritid. Meget få danske elever bruger dog mere end to timer på matematik hver dag efter skole, som tidligere sagt kun ca. 3 % over for Shanghais 28 %, Sydkoreas 27 % og Singapores 23 %. (Der kan muligvis her være forskel på, hvad der regnes for 'fritid' i henholdsvis Asien og Norden.) Det er mindre udbredt blandt danske elever end blandt de andre nordiske elever at udvikle deres egne computerprogrammer, ligesom der er færre elever i Danmark, der spiller skak end i de andre nordiske lande. Udvikling af computerprogrammer er overordnet set mest almindeligt i Finland og Singapore. Skak er mest udbredt blandt elever i Shanghai, hvor ca. 34 % spiller skak mod Danmarks ca. 4 %. I Danmark er der ikke tradition for matematikklubber og matematikkonkurrencer, hvilket også afspejles i, at Danmark her ligger helt i bund i sammenligning med de andre nordiske lande og specielt i sammenligning med top 5-landene.

Det bemærkelsesværdige i forhold til elevers intentioner i matematik er, at der blandt de ti lande er flest danske elever, der har besluttet sig for at tage en videregående uddannelse, hvor matematikfærdigheder er nødvendige; flest danske elever, der har planer om at vælge en karriere, der involverer en masse matematik; og flest danske elever, der har planer om at tage så mange matematiktimer som muligt i deres uddannelse (appendiks, tabel AB4). Tendensen med her at vælge svarmulighederne med matematik frem for dem med naturvidenskab (her fysik, kemi og biologi) er også udbredt i de andre nordiske lande, omend den er mest markant blandt danske elever. Det omvendte forekommer derimod at være tilfældet for top 5-landene, hvor elever synes at hælde til uddannelse og karriere involverende fysik, kemi og biologi frem for matematik.

Med hensyn til subjektive normer i matematik er der flere forskelle mellem Norden og top 5-landene (se appendiks, tabel AB5). For det første er der i de nordiske lande en større procentdel af elever, som siger, at de fleste af deres venner klarer sig godt i matematik, end der er elever, som siger, at de fleste af deres venner arbejder hårdt i matematik. For top 5-landene er dette billede det omvendte; her mener eleverne, at der er flere af deres venner, der arbejder hårdt, end der klarer sig godt. I de nordiske lande er det kun et fåtal af eleverne, der mener, at deres venner synes, det er sjovt at have matematikprøver – et sådant synspunkt er mere udbredt i top 5-landene. En helt generel tendens er, at forældrene synes, det er vigtigt

for eleverne at lære matematik, og at det er vigtigt for deres fremtidige karriere, omend tendensen er mest udtalt i Norden. Iøjefaldende er det dog, at Danmark er det land, hvor flest elever mener, at deres forældre godt kan lide matematik; tre fjerdedele af danske elever mener dette imod for eksempel kun halvdelen i Finland og kun cirka en tredjedel i Taiwan og Sydkorea.

#### 2.7.4 Drivkraft og motivation samt engagement i og med skolen [DK]

I gruppen af baggrundsvariable omhandlende drivkraft og motivation baserer det første *construct* om vedholdenhed sig på fem spørgsmål (appendiks, tabel C1). Ca. 45 % siger, at de fastholder interessen for de opgaver, som de går i gang med; ca. 37 %, at de bliver ved med at arbejde med en opgave, indtil den er perfekt; og ca. 25 %, at de gør mere, end der forventes af dem, når de støder på problemer. Hertil kommer, at ca. 54 % erklærer sig uenige i, at de giver let op, når de støder på problemer, hvorimod kun ca. 30 % erklærer sig uenige i, at de udskyder vanskelige problemer og opgaver.

Angående åbenhed overfor problemløsning så baserer dette *construct* sig på fem spørgsmål (appendiks, tabel C2). Ca. 49 % af de danske elever mener sig i stand til at kunne håndtere store mængder af data; ca. 57 % er enige i, at de er hurtige til at opfatte ting; omtrent samme procentdel, ca. 56 %, mener let at kunne sætte fakta sammen; hele 66 % siger, at de søger en forklaring på tingene; hvorimod kun ca. 34 % siger, at de godt kan lide at løse indviklede problemer.

Det *construct*, der omhandler iboende og instrumentel motivation for at lære matematik, dækker over to sæt af spørgsmål. I sættet om iboende (eller indre) motivation (appendiks, tabel C3a) går første spørgsmål af fire på, om eleverne godt kan lide bøger om matematik – ca. 40 % af de danske elever svarer "meget enig" eller "enig" til det. Ca. 52 % erklærer sig enige i, at de ser frem til deres matematiktimer. Hele 57 % siger, at de lærer matematik, fordi de kan lide det. Og ca. 61 % siger, at de er interesserede i de ting, de lærer i matematiktimerne. I det andet sæt omhandlende instrumentel (eller ydre) motivation (appendiks, tabel C3b) går første spørgsmål af fire på, om det er umagen værd at tage sig sammen i matematik, fordi eleven forventer, at dette vil være en hjælp i forhold til fremtidigt arbejde – hele 88 % er enige heri. 88 % er også enige i, at det er vigtigt for dem at lære matematik, da det vil forbedre deres karrieremuligheder. Ca. 78 % erklærer sig enige i, at de lærer mange ting i matematik, som kan hjælpe dem til at få et job, og ca. 72 % mener, at matematik er et vigtigt fag for dem grundet den uddannelse, de senere ønsker at gå i gang med.

Gruppen af baggrundsvariable om engagement i og med skolen omfatter det *construct*, der går på indstilling overfor skolen, både et sæt spørgsmål i forhold til læringsaktiviteter såvel som et i forhold udfaldet heraf. Hele 94 % er enige i, at det at gøre sig umage i skolen vil hjælpe dem til at få et godt job; ca. 96 % mener, at det i det hele taget er vigtigt at gøre sig umage i skolen; ca. 97 % mener, at det at gøre sig umage vil hjælpe dem til at komme ind på en god uddannelse; og ca. 98 % erklærer sig enige i, at de godt kan lide at få gode karakterer (jf. appendiks, tabel D1a). Med hensyn til udfaldet af elevernes skolegang, så mente ca. 87 %, at de i skolen har lært ting, der kan blive nyttige på en arbejdsplads; 72 % mener, at skolen har hjulpet dem til at få selvtillid til at træffe beslutninger. Ca. 91 % erklærer sig uenige i, at skolen har været tidsspilde, og ca. 72 % erklærer sig uenige i, at skolen ikke har gjort meget for at forberede dem til voksenlivet efter skolen (jf. appendiks, tabel D1b).

I forhold til elevernes følelse af tilhørsforhold (appendiks, tabel D2) så føler ca. 77 % sig hjemme i skolen; ca. 86 % er glade, når de er i skolen; ca. 82 % er tilfredse med skolen; ca. 88 % føler, at de andre elever kan lide dem; ca. 84 % har let ved at få venner i skolen; men kun ca. 39 % siger, at alt er perfekt på skolen. Hele 93 % erklærer sig uenige i, at de føler sig udenfor (eller holdes udenfor) i skolen; ca. lige så mange erklærer sig uenige i, at de føler sig ensomme i skolen; og ca. 91 % erklærer sig uenige i, at de føler sig forkerte og malplacerede i skolen.

### 2.7.5 Sammenligning med de andre nordiske lande og top 5-landene

For vedholdenhed er der i forhold til de andre nordiske lande ikke de helt store forskelle at spore (se appendiks, tabel C1). Derimod synes der at tegne sig et billede af, at eleverne i top 5-landene i højere grad fastholder interessen for de opgaver, de går i gang med, at de i mindre grad udskyder vanskelige opgaver og problemer, samt at de i højere grad er villige til at arbejde med en opgave, indtil alt er perfekt. Det bemærkes, at Danmark med hensyn til vedholdenhed ligger under OECD-gennemsnittet for samtlige spørgsmål.

Også i forhold til åbenhed overfor problemløsning er Danmark på bølgelængde med de andre nordiske lande (appendiks, tabel C2). Interessant er det, at de nordiske elever i højere grad ser sig i stand til at håndtere store mængder data, opfatte ting hurtigt samt let at kunne sætte fakta sammen end de asiatiske elever i flere af top 5-landene. Hvad angår det at erklære sig enige i at søge en forklaring på tingene, ligger Danmark lidt over de andre nordiske lande, på niveau med de bedste af top 5-landenes elever.

Den indre motivation i forhold til matematik er ifølge data for danske elever noget højere end for de andre nordiske elever (appendiks, tabel C3a). Blandt top 5-landene ligger kun Singapore højere end Danmark i dette *del-construct*. I lande, som scorer højt i matematikdelen, specielt Sydkorea, giver eleverne udtryk for en markant mindre grad af indre motivation, end de danske elever gør – noget tilsvarende gør sig i øvrigt gældende for Finland, som her i højere grad ligner Sydkorea. Med hensyn til den instrumentelle motivation (appendiks, tabel C3b) derimod ligner Danmark meget sine nordiske naboer. Her er forskellen større i forhold til visse af de asiatiske topscorere, hvor en mindre procentdel af eleverne erklærer sig enige i, at matematik udgør en vigtig faktor i forhold til fremtidigt arbejde, karriere- og jobmuligheder. Det bemærkes, at Danmark for dette *del-construct* ligger en del over OECD-gennemsnittet. Med hensyn til indstilling overfor skolen er de danske elever i forhold til læringsaktiviteter blandt de allermest positive både i sammenligning med Norden og top 5-landene – ydermere ligger danske elever her også over OECD-gennemsnittet (appendiks, tabel D1a).

Bemærkelsesværdigt er det, at en større procentdel blandt nogle af de asiatiske topscorere ikke bryder sig om at få gode karakterer, samt at kun ca. 86 % af eleverne i Norge, mod Danmarks ca. 96 %, erklærer sig enige i, at det er vigtigt at gøre sig umage i skolen. Overordnet set minder de danske elevers indstilling overfor skolen, hvad angår udbyttet af denne, meget om de andre nordiske lande, top 5-landene og OECD-gennemsnittet (se appendiks, tabel D1b). De få, bemærkelsesværdige udsving, der forekommer, angår skolens forberedende rolle til voksenlivet, hvor danske elever er mere positive end flertallet af top 5 landene samt Norge og Sverige omend mindre positive end eleverne i Island og Finland.

Danske elevers følelse af tilhørsforhold er som ovenfor beskrevet overordnet set positiv. Stadig er der dog nogle forskelle at spore (se appendiks, tabel D2). For eksempel er der færre danske elever, der føler sig hjemme i skolen, end i de andre nordiske lande. Hvad angår spørgsmålet om, hvorvidt alt er perfekt i skolen, ligger Danmark helt i bund sammen med Sverige blandt de udvalgte lande – og markant lavere end OECD-gennemsnittet. Derimod ligger Danmark klart i top, hvad angår ikke at føle sig udenfor (eller blive holdt udenfor) i skolen samt ikke at føle sig malplaceret. Det eneste land blandt de ti her diskuterede, hvor eleverne er mere tilfredse med skolen, er Island. Island er også det land, hvor der er flest elever, der er glade, når de er i skolen, ca. 90 %, mod Danmarks ca. 86 %. De lande, der scorer lavest her, er Finland og Sydkorea.

### 2.7.6 Underviseres adfærd i klasserumssituationer

Kognitiv aktivering er det største *construct* i denne gruppe og består af hele ni spørgsmål (se appendiks, tabel E1). Her svarer 76 % af de danske elever, at deres lærer beder dem forklare, hvordan de har løst en opgave. 72 % mener at få opgaver, som kræver, at de benytter det, de har lært, i nye kontekster, og 58 %, at læreren giver dem problemer i forskellige kontekster, så de ved, om de har forstået det, de er blevet undervist i. 61 % oplever, at læreren hjælper dem

til at lære af deres fejl. 57 % bliver udsat for opgaver, som kan løses på forskellige måder. 59 % oplever, at de bliver bedt om at reflektere over matematiske problemer, 57 %, at læreren giver dem problemer i matematik, som kræver, at de tænker over disse i længere tid, og 43 %, at de får problemer/opgaver, for hvilke der er nogle åbenlyse og umiddelbare løsningsmetoder. Endelig oplever kun 32 % af eleverne, at de bliver bedt om at bestemme sig for deres egne procedurer og metoder i forbindelse med mere kompleks problemløsning.

Elevinstruktions-*construct* omfatter fem spørgsmål (appendiks, tabel E2): 76 % af eleverne oplever, at læreren stiller spørgsmål for at tjekke, om det underviste er forstået; 75 %, at læreren fortæller dem, hvad de behøver at lære; 67 %, at der bliver sat klare mål for læringen; hvorimod kun 31 % af eleverne oplever, at de og deres klassekammerater bliver bedt om at præsentere deres matematiske tankegange og ræsonnementer, og kun 30 %, at lektionen begynder med en opsummering af forrige lektion.

Elevinvolvering dækker over fire spørgsmål (appendiks, tabel E3). Her oplever 30 % af eleverne, at deres matematiklærer lader dem løse opgaver i mindre grupper, og 29 %, at der undervisningsdifferentieres. Derimod er der kun 13 % af eleverne, der får projekter, som det tager mere end en uge at lave, og kun 12 %, der prøver at have indvirkning på planlægningen af aktiviteter og valget af emner.

Elevvurdering baseres også på fire spørgsmål (appendiks, tabel E4). Her svarer halvdelen af de danske elever, at deres lærer fortæller dem, hvad der forventes af dem i forbindelse med en test eller en opgave. 36 % oplever, at lærerne fortæller dem, hvad de skal gøre for at blive bedre til matematik. 26 % af eleverne oplever henholdsvis, at læreren giver dem feedback på deres svagheder og styrker i matematik, samt at læreren fortæller dem, hvor godt de klarer sig i matematiktimerne.

### 2.7.7 Sammenligning med de andre nordiske lande og top 5-landene

Den mest bemærkelsesværdige forskel at spore med hensyn til første *construct* om kognitiv aktivering er, at danske elever i mindre grad end de andre elever i de ti lande oplever at blive bedt om at bestemme sig for deres egne procedurer til kompleks problemløsning (appendiks, tabel E1). Det bemærkes, at der i Shanghai og Singapore er mere fokus på at stille opgaver, hvortil der ikke er nogen umiddelbar og åbenlys løsningsmetode, at præsentere opgaver i mange forskellige kontekster, at stille opgaver, som kan løses på flere forskellige måder, samt at hjælpe eleverne til at lære af deres fejl.

Hvad angår elevinstruktion (appendiks, tabel E2), så ses det, at der i Danmark i forhold til mange af de andre lande er meget lidt fokus på, at eleverne præsenterer deres matematiske tænkning og ræsonnementer. I Danmark er andelen af elever, der oplever dette, kun cirka det halve af, hvad den er i Shanghai, Singapore, Finland, Norge og Sverige. Men mere interessant – og i overensstemmelse med tidligere TIMSS-undersøgelser om USA og Tyskland – er, at danske skoleelever sjældent oplever, at en matematiktime begynder med et resumé af, hvad der blev behandlet i forrige lektion. Dette er i langt højere grad kutyme i top 5-landene.

Med hensyn til elevinvolvering (appendiks, tabel E3) så bemærkes det, at danske elever i langt mindre grad end elever i de andre nordiske lande oplever undervisningsdifferentiering. Samtidig bemærkes det, at der i Danmark – og Sverige – i langt højere grad end i de andre lande løses matematikopgaver i mindre grupper. I det hele taget er det ikke videre almindeligt, at lærere beder elever om at assistere i planlægningen af aktiviteter – men i Danmark forekommer det i langt mindre grad end i Taiwan, Sydkorea og Singapore.

Det er mere almindeligt som elev i de andre nordiske lande at få at vide af sin lærer, hvordan man klarer sig i matematiktimerne, end det er i Danmark – det er dog endnu mere ualmindeligt i flere af top 5-landene (appendiks, tabel E4). Til gengæld lader der til i Shanghai, Singapore og Taiwan til at være tradition for at give eleverne feedback om, hvor deres styrker og svagheder i matematik er – i højere grad end i Norden. Det mest bemærkelsesværdige er dog, at denne feedback, når den finder sted, forekommer at være væsentligt mere konstruktiv i top 5-



landene end i Danmark. Elever oplever her i højere grad, at de får at vide, hvad de skal gøre for at blive bedre i matematik!

PISA 2012 indeholder også spørgeskema til elever og skoleledere om opfattelsen af matematik samt om, hvordan elevernes og lærernes undervisning foregår. Det ses, at

- en stor andel danske elever angiver at have en høj tiltro til egne evner, lige så stor andel i 2012 som i 2003, selv om præstationerne er klart ringere i 2012 – tiltroen samvarierer med præstationerne – tiltroen er højest i de områder, hvor eleverne også præsterer bedst, og tiltroen er lavest i de områder, hvor præstationerne er ringest
- danske drenge angiver en større tiltro til egne evner end piger
- danske drenge angiver en stærkere selvopfattelse og en mindre bekymring for matematik end danske piger, og der er særligt store forskelle mellem drenge og pigers angivelser af selvopfattelse og bekymring i Danmark og i Finland
- en stor andel danske elever angiver, at de har en god og åben indstilling til problemløsning og er vedholdende, hvilket også gælder for finske elever. Også her er der i Danmark og Finland særligt store forskelle mellem drenge og pigers angivelser
- kun en tredjedel af danske elever oplever, at deres lærer fortæller dem, hvad de skal gøre for at blive bedre i matematik
- en stor andel danske elever giver udtryk for, at de og deres venner klarer sig godt i matematik, og at de får gode karakterer, også selvom de ikke nødvendigvis arbejder hårdt for det.

## 2.8 Delkonklusion

Rammerne for undersøgelsen af matematisk kompetence i PISA svarer godt til intentionerne med dansk matematikundervisning, der lægger vægt på at anvende matematik i forskellige livssfærer. På denne baggrund kan det umiddelbart undre, at danske elever ikke præsterer bedre i matematikopgaverne i PISA, og at PISA 2012 viser en negativ udvikling i danske elevers præstationer i matematik siden 2003. Som delkonklusion vælger vi at pege på følgende punkter om, at:

- danske elever kun præsterer marginalt over OECD-gennemsnittet i 2012
- danske elevers præstationer er faldende fra 2003 til 2012
- nedgangen er blandt de største i OECD-landene, ligesom faldet hos svenske, finske og islandske elever
- der er færre højt præsterende (niveau 5 og 6) danske elever i 2012 end i 2003 – et fald fra 16 % til 10 %
- der ikke er nogen ændring fra 2003 til 2012 i andelen af svagt præsterende elever, og man kan stadig mene, at andelen er for stor i forhold til, hvad der er relevant for uddannelse og liv i øvrigt
- danske drenge præsterer bedre end danske piger, og det er *ikke* tilfældet i noget andet nordisk land
- danske elever har deres største matematiske styrke i at fortolke matematiske beregninger, og deres svageste side er at udføre matematiske beregninger – det samme gælder i Finland, Norge og Sverige
- danske elever præsterer bedre inden for 'Størrelser' og 'Usikkerhed og data' med aritmetik og statistik end inden for 'Rum og Form' og 'Forandringer og sammenhænge' med geometri, formler og funktioner – det samme gælder for de andre nordiske elever.

## 2.9 Diskussion af resultater

Elevernes præstationer i PISA 2012 bekræfter en tendens, der har været at spore i 2006 og 2009, nemlig at danske elever i forhold til matematik, som det måles i PISA, er blevet jævnt dårligere siden 2003. Man kan her overveje, om opgaverne skulle have ændret sværhedsgrad,

som det også nogle gange diskuteres i forhold til de danske afgangsprøver. Der er imidlertid ikke belæg for at hævde, at PISA-opgaverne skulle være blevet sværere, og konklusionen er derfor, at danske elever præsterer ringere i matematikdelen i PISA. Det er generelt for nordiske elever, med de norske elever som undtagelse, at gennemsnittet er faldet seks point.

En anden tendens, der er at spore fra 2003 og frem til 2012, er, at væsentligt færre danske elever præsterer på de øverste niveauer. Også her er der tale om en jævnt stigende nedgang inden for de sidste ni år. Dette er den vigtigste årsag til, at det samlet set går dårligere. Den eneste gruppe elever, der i forhold til matematikscore kan siges noget positivt om, er gruppen, der præsterer under niveau 1, idet denne andel er forblevet stabil i perioden fra 2003 til 2012 på 4-5 %. Men det er ikke lykkedes at 'flytte' andelen på niveau 1, 2 og 3 til de øvre niveauer. Tværtimod er grupperne på niveau 1, 2 og 3 blevet større, så der er tale om en 'nedsivning' fra de formindskede andele af højt præsterende elever på niveauerne 4, 5 og 6.

Da der er halvt så mange elever på niveau 6 og en tredjedel færre på niveau 5 i 2012 end i 2003, kan en umiddelbar hypotese om matematikundervisningen i den danske folkeskole være, at den er tilrettelagt og i et tiår har udviklet sig i retning af et fokus på udfordringer til mellemgruppen, samt at gruppen af de allersvagest præsterende elever ikke vokser, og med et langt mindre fokus på at udfordre de dygtige og talentfulde.

Hvad angår mængden af højt præsterende elever, ligger Danmark under OECD-gennemsnittet, og også i sammenligning med vores nordiske naboer er den danske præstation ringere. Hvad angår top 5-landene, er en sammenligning med Shanghai voldsomt sigende, idet den største gruppe i forhold til niveau her er gruppen på niveau 6 på ca. 30 %, mens der i Danmark er 2 % på niveau 6. I Shanghai er der samlet set flest elever på niveauerne 4, 5 og 6 og kun relativt få på niveauerne 2, 1 og under 1 – faktisk er andelen af elever under niveau 1 i Shanghai under en femtedel af, hvad den er i Danmark. Hvad der end menes om skoleundervisning i Shanghai, og hvordan dens grundlæggende elementer modsvarer danske værdier, så står det klart, at det ikke er en 'naturlov', at højt præsterende elever skal udgøre en så lille gruppe.

TIMSS 2011-undersøgelsen viser, at danske elever sammenlignet internationalt præsterer godt, også hvad angår andelen af højt præsterende elever på 4. klasses trin, og siden 1995 er resultaterne forbedret (se fx Allerup, 2012a; 2012b). Når PISA 2012 indikerer et fald for elever i udskolingen, specielt med hensyn til højt præsterende elever, tyder det på, at nogle af de højt præsterende elever i matematik i løbet af mellemskolen mister interesse og ihærdighed og ikke udnytter deres potentialer for matematiklæring. Det tyder på, at den undervisningsdifferentiering, der i dag er rettet imod de bedst præsterende elever, kunne korrigeres, og at disse elever kunne udfordres med et stærkere læringsudbytte til følge. Denne hypotese støttes i nogen grad af baggrundsvariablene omhandlende elevinvolvering, hvilket som set omfatter undervisningsdifferentiering, og som for Danmarks vedkommende også udmønter sig i at have en negativ effekt på matematikscoren i PISA 2012 (jf. tabel 5.18 i kapitel 5).<sup>6</sup>

Af ydre betingelser for matematikundervisningen i Danmark kan man pege på, at det i en årrække ikke har været muligt at anvende mundtlig afgangsprøve i matematik, som det var tilfældet fra 1995 til 2006. Det kan have betydning for, hvor meget vægt der bliver lagt i undervisningen på at håndtere ukendt materiale og nye typer spørgsmål. I hvilken grad, der eksamineres i forskellige fag, kan også have betydning for indsatsen i fagene, og for hvordan skolerne vælger at bemande fagene. Nu starter mundtlig afgangsprøve i matematik op igen, og det vil muligvis støtte og forbedre præstationerne, ligesom ekstra tid til matematik i forbindelse med skolereformen forhåbentlig også vil det.

Initiativer om særlige indsatser i matematik for marginalgrupperne er sparsomme indtil nu, og der er kun netop påbegyndt fokuserede initiativer for elever, der er i risiko for at præstere

---

<sup>6</sup> Dette måles på baggrund af et andet sæt af baggrundsvariable baseret på elevers svar om matematiklærernes undervisningsstrategier.

svagt. Initiativer angående højt præsterende elever er derimod få. Ydermere henvender disse tilbud til højt præsterende elever, såsom diverse talentaktiviteter mv., sig i høj grad til elever på den sidste del af mellemtrinnet og opefter. Det er et spørgsmål, om det er tids nok, eller om potentielle højt præsterende elever på dette tidspunkt allerede er blevet 'matematiktrætte'. Spørgsmålet er, om ikke interessen må fanges og fastholdes allerede i indskoling og begyndelsen af mellemskolen for at forøge mulighederne for at understøtte og bibeholde højt præsterende elever såvel som for at 'opgradere' elever fra mellemniveauerne.

At der er færre højt præsterende elever i 2012, har betydning for uddannelserne efter grundskolen. Der kan forventes en effekt på tilgang og undervisning på tekniske og naturvidenskabelige fag og matematik (også kendt som STEM; Science, TEchnology, and Mathematics). Set sammen med det øgede optag i gymnasiet må der for eksempel forventes flere elever, der her præsterer på lavere niveauer i matematik. Det giver særlige udfordringer for en bibeholdelse af undervisningsniveauet i matematik og naturvidenskab i gymnasiet.

Det er et resultat fra PISA 2012, at danske elever har deres største styrke i at fortolke matematiske beregninger og fremstillinger, herunder grafiske – det man kalder afmatematisering. Derimod ligger den mindste styrke i at udføre matematiske beregninger og omformuleringer. Eleverne er gennemsnitlige med hensyn til at formulere – det man kalder matematiseringen. Der er i dansk matematikundervisning (i læreplaner mv.) ofte fokus på matematisk modellering og på at bringe matematik i anvendelse i ekstramatematiske situationer. Når man anskuer dele af matematisk problemløsningskompetence (Niss & Jensen, 2002) som elementer indeholdt i matematisk modellering, så illustrerer resultaterne fra PISA 2012, at danske elever har deres mindste styrke i matematisk problemløsning og -løsning. PISA 2012 giver endvidere indikationer på, inden for hvilke matematiske domæner de danske elever har deres største og mindste styrker. De danske elever klarer sig samlet set bedst med hensyn til størrelser, hvor anvendelse af aritmetik indgår, og med hensyn til usikkerhed og data, hvor anvendelse af statistik indgår, men derimod ringest i forhold til rum og form og forandringer og sammenhænge, hvor geometri, formler, funktioner og algebra anvendes.

Fra analyse af danske elevers besvarelser af enkeltopgaver er der indikationer på en ringe styrke i symbol- og formalismekompetencen.<sup>7</sup> Det er tilsyneladende svært for mange danske elever at flytte rundt i formeludtryk (jf. opgaven om dråbebehastighed), specielt symbolsk. I forhold til anvendelse af geometri illustrerede opgaven med placering af vindmøller, at mange danske elever kan have svært ved at bringe bestemte matematiske begreber og formler i spil i sammenhænge, som adskiller sig fra det vante. Nogle af de elever, der ikke formåede at finde anvendelse af den retvinklede trekant i vindmølleopgaven, kan muligvis godt bruge Pythagoras' sætning i en sammenhæng, hvor der er indlejret et billede af en retvinklet trekant. Men det er ikke kun det, der testes i PISA-opgaven, som er mere autentisk og virkelighedsnær end et billede af en retvinklet trekant. Formålsformuleringen for dansk matematikundervisning viser en intention om, at eleverne forberedes til det autentiske, virkelighedsnære. Mange danske elever udtrykker i spørgeskemaet også, at de er åbne overfor problemløsning og vedholdende i problemløsningen. På denne baggrund må vi ud fra de danske elevers besvarelser af PISA-opgaver konkludere, at enten er elevernes matematiske forudsætninger for at løse kontekstbaserede opgaver, som dem i PISA, ikke tilstrækkelige, eller også er elevernes vurdering af deres egen åbenhed og vedholdenhed urealistisk høj. Eventuelt kan begge dele gøre sig gældende.

Det kan her bemærkes, at der i eksamensopgaver på det gymnasiale niveau er et større fokus på afmatematisering frem for matematisering, hvilket ikke er ganske i harmoni med læseplanernes indikationer af fokus på anvendelse og modellering (se fx Jensen, 2011).<sup>8</sup>

<sup>7</sup> Erfaringer fra Roskilde Universitets 'Matematikvejlederuddannelsen til Gymnasiet' bekræfter dette for et udvalg af danske gymnasieelever og peger ydermere i retning af, at der også er store problemer med hensyn til både repræsentationskompetencen og ræsonnementskompetencen.

<sup>8</sup> Igen bekræfter erfaringer fra Roskilde Universitets 'Matematikvejlederuddannelsen til Gymnasiet' dette for såvel STX som HTX.

Endelig er det bemærkelsesværdigt, at sandsynlighedsregning og statistik er så godt som væk fra pensum i STX, ikke mindst fordi det lader til at være her, at de danske 15-årige har en styrkeside.

De danske elevers angivelse af, hvor deres matematiske styrker og svagheder ligger, stemmer overens med deres præstationer i forskellige dele af matematikken. For eksempel har en stor del af eleverne tiltro til egne evner i forhold til at forstå diagrammer, der vises i aviser, hvorimod en mindre andel ser sig i stand til at løse ligninger som  $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$ . Der er en vis forskel på danske drenge og danske pigers tiltro til egne evner, omend denne forskel ikke er så udtalt som den forskel, der er mellem elever med henholdsvis stærk og svag social baggrund. Også drenge-, pige- og socioøkonomiske forskelle er relativt set i overensstemmelse med gruppernes faktiske score i matematikopgaverne. Hvad der derimod ikke er i samklang, er på den ene side den andel af elever, som mener, at både de selv og deres venner klarer sig godt i matematik og får gode karakterer, samt at de sammenlignelige andele er stabile fra 2003, og på den anden side andelen i de faktiske resultater i matematikopgaverne i PISA 2012 og deres udvikling siden 2003. Derudover er der indikationer på, at cirka hver tredje elev er af den opfattelse, at man kan klare sig godt i matematik uden at yde en større indsats (jf. elevers subjektive normer i matematik). Dette er ikke tilfældet i de asiatiske top 5-lande, hvor elever giver udtryk for, at andelen af dem, der arbejder hårdt i matematik, er større end andelen, der klarer sig godt. En del af forklaringen på dette skal nok findes i, at forventningerne til disse asiatiske elever generelt set er højere – samt at det matematiske niveau i undervisningen givetvis også er højere. En anden del af forklaringen kan muligvis bunde i kulturelle forskelle, hvor man i flere vestlige lande synes at have den opfattelse, at dygtighed i matematik skyldes talent, så er den generelle opfattelse i flere asiatiske lande snarere, at det skyldes hårdt arbejde. De asiatiske resultater skal derfor også ses i lyset af, at der her simpelthen bruges mere tid på matematik (jf. elevers adfærd i matematik). Men dette, kulturelle forskelle og hårdt arbejde, kan ikke alene udgøre hele forklaringen. Endnu en del af forklaringen skal formentlig findes i de forskellige didaktiske tilgange.

Resultater fra TIMSS på 4. klassetrin og på 8. klassetrin, hvor sydøstasiatiske landes elever præsterer bedre end vestlige landes, affødte i sin tid en vis overraskelse for uddannelsesfolk i Vesten. Helt specifikt førte det til meget omfangsrige sekundære og supplerende analyser med videostudier af klasserum på 8. klassetrin. I første omgang foregik dette i Tyskland, USA og Japan. Af resultater, som overraskede vestlige uddannelsesfolk, var fx fordelingen mellem lærertaletid og elevtaletid, hvor elevtaletiden viste sig at være relativt længere i Japan end i Tyskland og USA. Der viste sig også systematiske forskelle i strukturen på matematiktimer, og på hvilken rolle forskellige typer aktiviteter spillede i den samlede undervisning, selv om der overfladisk betragtet kan være de samme typer aktiviteter i alle lande. Dette er blevet fulgt op af sammenlignende klasserumsstudier i flere lande (fx Hiebert et al., 1999; 2003).

I paneldebatten ved ICME-12 i Sydkorea gav Leung et al. (2012) et bud på, hvorfor lande som Hong Kong, Sydkorea, Japan og Kina klarer sig godt i internationale undersøgelser som TIMSS og PISA, blandt andet ved at sammenligne de forskellige undervisningskulturer i disse lande med dem i vestlige lande. Også her blev det fremhævet, at der i sydøstasiatiske lande ofte lægges mere vægt på lærerforklaringer frem for fx elevaktiviteter og -undersøgelser, samt at undervisningen er mere indholds- og produktorienteret end i vestlige lande, som ofte lægger vægt på procesorientering. I Japan taler man om, at undervisningen er pointestyret, altså en given lektion har en bestemt målsætning for øje, at underviseren sammen med eleverne skal nå frem til en bestemt matematisk pointe, gerne i form af et resultat, som for denne lektion skal udgøre essensen af læringsudbyttet for eleven. Fra Mogensens (2011) omfattende studie af, hvad der foregår i matematiktimerne på 8. klassetrin i Danmark, kan det konkluderes, at den danske matematikundervisning ikke i synderlig grad er pointestyret. Tilmed viser studiet, at i de tilfælde, hvor undervisningen kan siges at være pointestyret, så er pointen ofte en "metodepointe" frem for en "resultatpointe" – hvilket for Danmarks vedkommende bekræfter Leung et al.s (2012) påstand om, at vestlig undervisning er procesorienteret frem for produktorienteret. Ifølge Leung et al. viser sammenlignende studier, at østasiatiske

matematiklæreres matematikviden ofte er anderledes funderet end deres vestlige kollegaers. Dette gør det ganske givet nemmere for dem at styre efter de matematiske resultatpointere. Som et yderligere eksempel kan nævnes en sammenlignende spørgeskemaundersøgelse blandt kinesiske og amerikanske lærere, som påviser, at lærerarbejdet er mere kollektivt i Kina og mere individuelt i USA, og som påviser gennemgående forskelle på, hvad lærerne angiver om kommunikationen mellem lærere og elever. Der er tendens til, at lærere i USA stiller generelle spørgsmål til eleverne om, hvordan de har løst et problem, og beder dem om at forklare hvorfor. Det giver eleverne mulighed for at reflektere og eventuelt prøve igen, men uden yderligere input fra læreren. Kinesiske lærere tenderer at stille specifikke spørgsmål knyttet til undervisningsindholdet og at tilbyde specifikke matematiske aktiviteter, som kan støtte eleverne i at sammenknytte det konkrete med det abstrakte i specifikke situationer og kontekster (An et al., 2004). Endelig kan det nævnes, at der er i Morony et al. (2012) findes uddybende sammenligninger – med dansk deltagelse – af affektive variable i henholdsvis konfucianske og vestlige lande.

Endelig kan også PISA's egne baggrundsvariable omhandlende underviseres adfærd i klasserumssituationer fortælle os noget om forskellige didaktiske tilgange i sydøstasiatiske og vestlige klasseværelser. Som sagt er der i Shanghai og Singapore mere fokus på at stille opgaver, hvortil der ikke er nogen umiddelbar og åbenlys løsningsmetode, at præsentere opgaver i mange forskellige kontekster, at stille opgaver, som kan løses på flere forskellige måder, at hjælpe eleverne til at lære af deres fejl samt at bede eleverne præsentere deres matematiske tænkning og ræsonnementer. I overensstemmelse med tidlige TIMSS-undersøgelser oplever skoleelever sjældent, at en matematiktime begynder med en repetition af, hvad de lærte i forrige lektion. En sådan praksis forekommer nærmest at være standard i top 5-landene. I top 5-landene fortælles eleverne også i langt højere grad, hvor deres svagheder og styrker er i matematik – og ikke mindst hvad de skal gøre for at blive bedre. Top 5-landenes elever løser også i højere grad matematikopgaver individuelt, hvilket selvfølgelig må formodes at tjene til deres fordel i PISA-regi – vi finder det dog usandsynligt, at dette faktum alene skulle kunne tilskrives den store forskel i præstationer.

Danske elever er i overvejende grad glade, når de er i skolen, det er ikke en så stor del, der føler sig udenfor og malplacerede. Dette indikerer, at det sociale projekt i den danske folkeskole er prioriteret og i høj grad gennemføres med succes. Spørgsmålet er imidlertid, om denne succes er sket på bekostning af elevernes matematikholdige kompetencer? I top 5-landene udtrykker mange elever også, at de er glade i skolen og hverken føler sig udenfor eller malplacerede. Samtidig er deres præstationer i *mathematical literacy* høje. Det lader altså ikke til, at man i denne forbindelse bliver nødt til at vælge enten eller. Så vi ser en udfordring fremover i at fastholde de kvaliteter, der er nu i grundskolen, og samtidig understøtte en faglig matematisk fremgang generelt. Desuden peger resultaterne på behov for overvejelser over, hvordan initiativer for elever med potentialer for højt fagligt niveau bedst understøttes fremover.

## 2.10 Konklusion og perspektiver

Analyserne af elevernes præstationer (de kognitive variable) og opfattelser (de affektive baggrundsvariable) i PISA 2012 giver ikke i sig selv nogen årsagsforklaringer, men de giver indikationer på områder, der bør fokuseres på i forbindelse med skolereform og udviklings- og forskningsprojekter i relation til elevers læring i matematik og i relation til matematikundervisningens indretning. Det er den lavere samlede præstation hos danske elever, de stabile forskelle mellem danske drenge og pigers præstationer og den utilfredsstillende situation med marginalgruppernes andele, der må søges forklaret, og som bør give anledning til at iværksætte eller forstærke indsatser. Vi vil her formulere vores 'anbefalinger' i termer af en række potentielle forsknings- og udviklingsspørgsmål, som 'skrigger på' at blive besvaret gennem matematikdidaktisk forskning og udvikling i samarbejde med

andre didaktiske og pædagogiske områder med henblik på at 'knække kurven' og forbedre situationen omkring undervisning og læring i og om matematik i Danmark:

- Hvordan styrker vi bedst danske elevers problemløsningskompetence?
- Hvordan højnes danske elevers læring og faglige udbytte bedst med hensyn til geometri, algebra og funktioner?
- Hvornår i skoleforløbet er det særligt kritisk for potentielt højt præsterende elever? Hvorfor? Og hvad kan der i praksis gøres for at forhindre, at disse elevers motivation og ihærdighed svækkes?
- Hvorfor præsterer drengene bedre end pigerne i Danmark, når noget tilsvarende ikke er tilfældet i noget andet nordisk land?
- Hvordan hæver vi niveauet hos de socialt svagt stillede elever, så forskellen i præstation mellem dem og de socialt stærke elever bliver mindre?
- På hvilke måder og i forhold til hvilke grupper af elever anvendes forskellige undervisningsstrategier af lærerne? Med hvilke udfald? Og i hvilket omfang kan der adapteres strategier, som er hensigtsmæssige?
- Hvordan kan den danske matematikundervisning gøres mere pointestyrket? Og i hvor høj grad vil dette kræve en opgradering af matematiklærerens faglige kompetencer?

Samlet set anbefaler vi nye indsatser med fokus på den faglige undervisning og klasseledelse i samspil med indsatsen for udvikling af elevernes sociale og personlige kompetencer, med inddragelse af de didaktiske elementer fra top 5-lande, som potentielt kan adapteres i en udvikling af dansk skolekultur.

## 2.11 Referencer

- Allerup, P. (2012a). *Danske 4. klasseelever i TIMSS 2007 – En international og national undersøgelse af matematik og naturfagskompetence i 4. klasse*. Fjerritslev: Forlag1.dk
- Allerup, P. (2012b). *Danske 4. klasseelever i TIMSS 2011 – En international og national undersøgelse af matematik og natur/teknik kompetence i 4. klasse*. Fjerritslev: Forlag1.dk
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, **7**, 145–172.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, **22**, 123-139.
- Devlin, K. (1994). *The Science of Patterns: The Search for Order in Life, Mind, and the Universe*. New York: Scientific American Library.
- Egelund, N. (2004). Personlige og sociale kompetencer. I: J. Mejdning (red.), *PISA 2003* (s. 181-202). København: AKF, DPU, SFI.
- Hiebert, J., Stiegler, J. W., & Manaster, A. B. (1999). Mathematical features of lessons in the TIMSS video Study. *ZDM*, **99**(6), 196-201.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M.-Y., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study, NCES (2003-013)*. U.S. Department of Education. Washington, DC: National Center for Education Statistics.
- Jensen, K. B. S. (2011). Status på anvendt matematik i det almene gymnasium. *MONA 2011-4*, 57-76.
- Leung, F., Park, K., Shimizu, Y., Xu, B. (2012). *Mathematics Education in East Asia*. Powerpoint ved paneldebat 13 July, COEX, Seoul at The 12<sup>th</sup> international congress on mathematical education, ICME12.

- Levin, H. (2010). *A guiding framework for measuring educational equity, INES Network for the Collection and the Adjudication of System-Level Descriptive Information on Educational Structures, Policies and Practices*, EDU/EDPC/INES/NESLI 6, March.
- Lindenskov, L., & Weng, P. (2004). Matematisk kompetence. I: J. Mejding (red.), *PISA 2003* (s. 35-96). København: AKF, DPU, SFI.
- Lindenskov, L., & Weng, P. (2010). Matematik. I: Egelund, N. (red.), *PISA 2009* (s. 83-104). København: AKF, AU, SFI.
- Mogensen, A. (2011). Point-Driven Mathematics Teaching – Studying and Intervening in Danish Classrooms. Ph.d.-afhandling, Roskilde Universitet. I *Tekster fra IMFUFA*, nr. 484.
- Morony, S., Kleitman, S., Lee, Y. P., & Stankov, L. (2012). Predicting achievement: confidence vs self-efficacy, anxiety, and self-concept in Confucian and European countries. *International Journal of Educational Research*.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijer.2012.11.002>
- Mortimore, P., David-Evans, M., Laukkanen, R. & Valijarvi, J. (2004). *OECD-rapport om grundskolen i Danmark*. (Baggrundsrapport ved M. Ekholm). Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 5. København: Undervisningsministeriet.
- Niss, M., & Jensen, T. H. (red.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18.
- Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. I: R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA 13* (s. 43-59). New York: Springer.
- OECD (2011). *Education at a glance*.
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing.  
<http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Steen, L. A. (red.) (1990). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington DC: National Research Council.
- Turner, R., Dossey, J., Blum, W., & Niss, M. (2013). Using mathematical competencies to predict item difficulty in PISA: a MEG study. I: M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps, S. Rönnebeck (red.), *Research on PISA – Research Outcomes of the PISA Research Conference 2009*. Dordrecht: Springer.
- UVM (2009). *Fælles Mål 2009 – Matematik*. Faghæfte 12, Undervisningsministeriets håndbogserie nr. 14.

## 2.12 Appendiks

*Table A1* Bekymring for matematik i 10 lande: Hvor enig er du i hvert af følgende udsagn om, hvordan du har det, når du beskæftiger dig med matematik? Procentdel af eleverne der svarede "enig" eller "meget enig"

Bekymring	Jeg er tit bekymret for, at jeg vil have svært ved at følge med i matematik timerne	Jeg bliver meget anspændt, når jeg skal lave hjemme-arbejde i matematik	Jeg bliver meget nervøs, når jeg løser matematik opgaver	Jeg føler mig hjælpeløs, når jeg skal løse en opgave i matematik	Jeg er bange for, at jeg vil få dårlige karakterer i matematik	Indeks for matematik bekymring
<b>Danmark</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>Mean Index</b>
Alle 2003	33,8	26,1	14,9	16,7	40,6	-0,47
Alle 2012	38,6	27,3	19,7	20,3	45,5	-0,37
Piger 2003	40,7	28,8	17,0	21,0	47,2	-0,29
Piger 2012	48,6	31,5	24,4	28,5	56,7	-0,12
Drenge 2003	26,6	23,4	12,6	12,2	33,7	-0,66
Drenge 2012	28,3	22,9	14,9	12,0	34,0	-0,63
Socialt svag baggrund 2003	44,7	33,9	20,5	23,1	51,6	-0,19
Socialt svag baggrund 2012	48,5	34,0	26,1	25,9	52,4	-0,11
Socialt stærk baggrund 2003	25,1	18,4	10,3	11,0	30,3	-0,76
Socialt stærk baggrund 2012	26,9	19,5	14,4	12,8	35,8	-0,67



**Tabel A2** *Selvopfattelse: Hvor enig er du i hvert af følgende udsagn om, hvordan du har det, når du beskæftiger dig med matematik? Procentdel af eleverne der svarede "enig" eller "meget enig" (\*) eller som svarede "uenig" eller "meget uenig" (\*\*)*

Selvopfattelse	Jeg er bare ikke god til matematik**	Jeg får gode karakterer i matematik*	Jeg er hurtig til at lære matematik*	Jeg har altid ment, at matematik er et af mine bedste fag*	Jeg forstår selv de sværeste emner i matematik timerne*	Indeks for matematik selvopfattelse
<b>Danmark</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>Mean Index</b>
Alle 2003	70,0	69,8	59,7	48,3	34,1	0,17
Alle 2012	71,0	72,8	58,8	48,4	39,8	0,23
Piger 2003	63,1	66,1	51,2	38,7	23,0	-0,06
Piger 2012	61,9	66,3	48,2	37,1	28,0	-0,04
Drenge 2003	77,1	73,7	68,5	58,3	45,6	0,41
Drenge 2012	80,3	79,4	69,5	60,1	52,2	0,52
Socialt svag baggrund 2003	59,4	57,6	50,9	41,3	23,8	-0,07
Socialt svag baggrund 2012	60,3	61,0	48,7	43,6	31,0	-0,01
Socialt stærk baggrund 2003	79,5	82,2	69,9	54,2	47,0	0,44
Socialt stærk baggrund 2012	83,2	85,3	70,4	58,6	53,4	0,57

**Tabel A3** *Adfærd i matematik: Hvor tit gør du følgende på skolen og uden for skolen? Procentdel af eleverne der svarede "altid eller næsten altid" eller "ofte"*

Adfærd i matematik	Jeg taler med mine venner om matematik-opgaver	Jeg hjælper mine venner med matematik	Jeg laver matematik i min fritid	Jeg deltager i matematik-konkurrencer	Jeg laver matematik mere end 2 timer efter skole hver dag	Jeg spiller skak	Jeg udvikler computerprogrammer	Jeg er med i en matematikklub	Gns. indeks
<b>Danmark</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	
Alle 2012	31,2	29,3	24,2	2,6	3,2	4,1	6,1	1,0	0,08
Piger 2012	32,1	26,5	24,6	1,6	2,6	2,5	2,5	0,7	0,03
Drenge 2012	30,2	32,2	23,8	3,7	3,9	5,9	9,9	1,3	0,12
Socialt svag baggrund 2012	29,1	27,4	23,9	3,3	3,7	4,0	6,3	1,2	0,05
Socialt stærk baggrund 2012	35,9	34,6	27,8	1,1	2,1	4,4	7,2	1,1	0,17

**Tabel A4** *Intentioner matematik: Se på følgende udsagnspar og vælg det udsagn, der beskriver dig bedst. Procentdel af eleverne der valgte det udsagn der beskrev dem bedst*

Intentioner matematik	Supplerende kurser		Videregående uddannelse		Studieindsats		Tidsforbrug		Karriere		Gns. indeks
	Jeg har til hensigt at tage supplerende matematik-kurser, når jeg er færdig med skolen	Jeg har til hensigt at tage supplerende dansk kurser, når jeg er færdig med skolen	Jeg har besluttet mig for at tage en videregående uddannelse, hvor matematik-færdigheder er nødvendige	Jeg har besluttet mig for at tage en videregående uddannelse, hvor matematik-færdigheder i fysik, kemi og biologi er nødvendige	Jeg er villig til at gøre en større indsats end nødvendigt i matematiktimerne	Jeg er villig til at gøre en større indsats end nødvendigt i matematiktimerne	Jeg har planer om at tage så mange timer i fysik, kemi og biologi som muligt i min uddannelse	Jeg har planer om at tage så mange timer i fysik, kemi og biologi som muligt i min uddannelse	Jeg har planer om at vælge en karriere, der involverer en masse matematik	Jeg har planer om at vælge en karriere, der involverer en masse fysik, kemi og biologi	
<b>Danmark</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>
Alle 2012	58,9	41,1	71,5	28,5	63,2	36,8	67,4	32,6	63,7	36,3	0,35

**Tabel A5** *Subjektive normer og matematik: Tænk over, hvordan folk, der betyder noget for dig, opfatter matematik: Hvor enig er du i følgende udsagn? Procentdel af eleverne der svarede "enig" eller "meget enig"*

Subjektive normer og matematik	De fleste af mine venner klarer sig godt i matematik		De fleste af mine venner arbejder hårdt i matematik		Mine venner synes, det er sjovt at have matematikprøver		Mine forældre synes, det er vigtigt, at jeg lærer matematik		Mine forældre synes, at matematik er vigtigt for min karriere		Mine forældre kan godt lide matematik		Indeks for subjektive normer og matematik	
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	Gennemsnit
<b>Danmark</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>%</b>	<b>Gennemsnit</b>
Alle 2012	87,2	57,4	12,8	97,3	84,3	75,5	0,31							

Table AB1 *Bekymring i matematik: Hvor enig er du i hvert af følgende udsagn om, hvordan du har det, når du beskæftiger dig med matematik? Procentdel af eleverne der svarede "enig" eller "meget enig"*

Bekymring 2012	Jeg er tit bekymret for, at jeg vil have svært ved at følge med i matematik timerne	Jeg bliver meget anspændt, når jeg skal lave hjemmearbejde i matematik	Jeg bliver meget nervøs, når jeg løser matematik opgaver	Jeg føler mig hjælpeløs, når jeg skal løse en opgave i matematik	Jeg er bange for, at jeg vil få dårlige karakterer i matematik	Indeks for bekymring i matematik
Land	%	%	%	%	%	Gennemsnit
Danmark	38,6	27,3	19,7	20,3	45,5	0,37
Shanghai	53,4	31,4	27,0	27,7	71,3	0,03
Singapore	60,7	35,8	37,4	26,9	73,5	0,16
Hongkong	68,9	26,8	26,4	32,2	70,8	0,11
Taiwan	71,5	35,2	39,9	43,7	76,3	0,31
Sydkorea	76,9	31,6	43,5	42,1	82,1	0,31
Finland	51,7	10,0	18,4	27,3	52,4	-0,33
Island	45,2	22,0	17,9	23,4	52,4	-0,33
Norge	53,5	40,2	23,3	32,7	61,0	0,02
Sverige	42,3	24,5	17,9	20,9	45,4	-0,35
OECD	59,5	32,7	30,6	29,8	61,4	0,00

Tabel AB2 *Selvopfattelse og matematik: Hvor enig er du i hvert af følgende udsagn om, hvordan du har det, når du beskæftiger dig med matematik? Procentdel af eleverne der svarede "enig" eller "meget enig" (\*) eller som svarede "uenig" eller "meget uenig" (\*\*)*

Selvopfattels 2012	Jeg er bare ikke god til matematik**	Jeg får gode karakterer i matematik*	Jeg er hurtig til at lære matematik*	Jeg har altid ment, at matematik er et af mine bedste fag*	Jeg forstår selv de sværeste emner i matematik timerne*	Indeks for selvopfat- telse i matematik
Land	%	%	%	%	%	Gennemsnit
Danmark	71,0	72,8	58,8	48,4	39,8	0,23
Shanghai	53,1	34,1	48,8	41,8	32,4	-0,05
Singapore	62,3	62,9	62,6	56,7	44,9	0,22
Hongkong	50,1	33,1	55,3	37,1	34,5	-0,16
Taiwan	39,9	29,4	36,7	27,6	24,7	-0,45
Sydkorea	42,6	30,0	33,8	33,2	21,1	-0,38
Finland	58,6	58,4	56,6	35,3	43,5	0,03
Island	63,8	69,5	58,0	47,2	46,4	0,24
Norge	57,0	52,1	48,1	34,0	37,3	-0,10
Sverige	64,9	65,0	59,8	35,3	46,9	0,13
OECD	57,3	58,9	51,8	38,1	37,5	0,00

Table AB3 *Matematikadfærd: Hvor tit gør du følgende på skolen og uden for skolen? Procentdel af eleverne der svarede "altid eller næsten altid" eller "ofte"*

Matematik adfærd 2012	Jeg taler med mine venner om matematik opgaver	Jeg hjælper mine venner med matematik	Jeg laver matematik i min fritid	Jeg deltager i matematik-konkurrencer	Jeg laver matematik mere end 2 timer efter skole hver dag	Jeg spiller skak	Jeg udvikler computer programmer	Jeg er med i en matematikklub	Gns. indeks
Land	%	%	%	%	%	%	%	%	
Danmark	31,2	29,3	24,2	2,6	3,2	4,1	6,1	1,0	0,08
Shanghai	38,7	29,7	13,9	9,3	28,0	33,6	9,5	7,1	0,57
Singapore	36,1	46,4	13,3	7,8	23,2	13,5	16,3	2,5	0,47
Hongkong	26,4	28,1	11,4	4,0	6,3	15,6	5,4	4,3	0,16
Taiwan	26,1	30,5	12,8	5,2	6,5	18,4	5,2	2,1	0,09
Sydkorea	13,8	24,8	34,1	6,0	27,4	7,7	9,3	3,7	0,17
Finland	11,0	21,1	22,5	5,0	2,2	6,6	16,9	1,1	-0,02
Island	12,7	20,6	23,3	7,3	7,1	10,2	12,0	2,4	-0,07
Norge	12,1	17,5	3,6	2,1	3,7	5,7	10,0	1,6	-0,45
Sverige	16,6	25,0	17,7	6,0	5,1	7,0	12,0	2,3	-0,11
OECD	17,6	25,5	15,2	7,1	9,3	12,4	15,0	3,9	0,00

Tabel AB4 Intentioner i matematik: Se på følgende udsagnspar og vælg det udsagn, der beskriver dig bedst. Procentdel af eleverne der valgte det udsagn der beskrev dem bedst

Intentioner i matematik 2012	Supplerende kurser		Videregående uddannelse		Studieindsats		Studietid		KARRIERE		Gennemsnit -ligt indeks
	Jeg har til hensigt at tage supplerende matematik-kurser, når jeg er færdig med skolen	Jeg har til hensigt at tage supplerende dansk-kurser, når jeg er færdig med skolen	Jeg har besluttet mig for at tage en videregående uddannelse, hvor matematik-færdigheder er nødvendige	Jeg har besluttet mig for at tage en videregående uddannelse, hvor uddannelse, hvor færdighed i fysik, kemi og biologi er nødvendige	Jeg er villig til at gøre en større indsats end nødvendigt i matematik timerne	Jeg er villig til at gøre en større indsats end nødvendigt i dansk timerne	Jeg har planer om at tage så mange matematik timer som muligt i min uddannelse	Jeg har planer om at tage så mange timer i fysik, kemi og biologi som muligt i min uddannelse	Jeg har planer om at vælge en karriere, der involverer en masse matematik og biologi	Jeg har planer om at vælge en karriere, der involverer en masse fysik, kemi og biologi	
Land	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
Danmark	58,9	41,1	71,5	28,5	63,2	36,8	67,4	32,6	63,7	36,3	0,35
Shanghai	65,5	34,5	36,3	63,7	67,0	33,0	52,3	47,7	37,6	62,4	0,03
Singapore	56,7	43,3	47,1	52,9	64,2	35,8	50,0	50,0	47,7	52,3	0,06
Hongkong	49,5	50,5	29,1	70,9	55,8	44,2	34,1	65,9	31,8	68,2	-0,31
Taiwan	54,5	45,5	37,4	62,6	49,6	50,4	43,6	56,4	39,6	60,4	-0,18
Sydkorea	40,6	59,4	41,5	58,5	47,3	52,7	49,6	50,4	41,5	58,5	-0,21
Finland	55,7	44,3	42,9	57,1	54,9	45,1	43,5	56,5	49,0	51,0	-0,06
Island	70,2	29,8	46,7	53,3	70,5	29,5	55,2	44,8	45,2	54,8	0,18
Norge	66,8	33,2	56,4	43,6	69,4	30,6	55,3	44,7	56,2	43,8	0,27
Sverige	61,1	38,9	66,5	33,5	67,1	32,9	66,2	33,8	62,3	37,7	0,35
OECD	57,1	42,9	45,1	54,9	58,3	41,7	50,9	49,1	45,8	54,2	0,00

Tabel AB5 Subjektive normer i matematik: Tænk over, hvordan folk, der betynder noget for dig, opfatter matematik: Hvor enig er du i følgende udsagn? Procentdel af eleverne der svarede "enig" eller "meget enig"

Land	De fleste af mine venner klarer sig godt i matematik		De fleste af mine venner arbejder hårdt i matematik		Mine venner synes, det er sjovt at have matematikprøver		Mine forældre synes, det er vigtigt, at jeg lærer matematik		Mine forældre synes, at matematik er vigtigt for min karriere		Mine forældre kan godt lide matematik		Indeks for subjektive normer	
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	Gennemsnit	
Danmark	87,2	57,4	12,8	97,3	84,3	75,5	0,31							
Shanghai	62,2	72,2	21,3	88,9	75,0	46,8	0,11							
Singapore	82,4	85,5	44,3	97,1	91,9	71,8	0,80							
Hongkong	64,2	70,5	27,3	82,9	74,7	41,1	-0,02							
Taiwan	51,4	55,7	23,2	78,0	65,9	33,3	-0,25							
Sydkorea	56,1	72,1	7,1	85,1	74,8	34,9	-0,21							
Finland	67,4	52,5	10,5	90,9	72,7	52,6	-0,12							
Island	80,6	71,3	15,5	96,6	88,6	65,2	0,40							
Norge	68,7	53,0	7,4	94,8	91,2	66,5	0,14							
Sverige	77,5	57,3	11,1	93,6	81,5	62,3	0,17							
OECD	60,2	51,0	13,3	90,4	80,4	58,2	0,00							

*Tabel C1 Vedholdenhed: Hvor godt beskriver følgende udsagn dig? Elever der svarede "passer i høj grad på mig" og "passer stort set på mig" (\*), eller som svarede "passer slet ikke på mig" og "passer ikke rigtigt på mig" (\*\*)*

Vedholdenhed	Jeg giver let op, når jeg støder på problemer**	Jeg udskyder vanskelige opgaver eller problemer**	Jeg fastholder interessen for de opgaver, jeg går i gang med	Jeg bliver ved med at arbejde på en opgave, indtil alt er perfekt*	Jeg gør mere, end der forventes af mig, når jeg støder på problemer*
Land	%	%	%	%	%
Danmark	53,6	29,7	45,2	36,5	25,4
Shanghai	53,1	37,3	72,7	54,6	38,2
Singapore	61,8	43,8	57,9	61,1	45,3
Hongkong	61,4	36,5	52,2	49,9	35,4
Taiwan	59,3	45,0	34,9	31,5	28,2
Sydkorea	39,9	19,8	60,4	43,9	26,9
Finland	58,9	45,7	45,4	40,1	28,1
Island	53,2	36,4	36,5	47,8	28,6
Norge	38,2	26,9	41,8	34,8	25,1
Sverige	40,2	40,3	37,9	34,5	29,0
OECD	56,0	36,9	48,9	43,8	34,5

*Tabel C2 Åbenhed for problemer: Andel af elever, der er enige i følgende udsagn*

Åbenhed for problemer	Jeg kan håndtere store mængder information	Jeg er hurtig til at opfatte ting	Jeg søger en forklaring på tingene	Jeg kan let sætte fakta sammen	Jeg kan godt lide at løse udviklede problemer
Land	%	%	%	%	%
Danmark	48,7	56,9	65,9	56,4	33,7
Shanghai	46,6	55,4	65,5	62,2	36,2
Singapore	44,2	50,4	68,5	52,4	39,1
Hongkong	34,7	47,9	48,1	41,8	30,9
Taiwan	30,3	42,0	54,1	39,2	25,7
Sydkorea	30,2	37,0	52,2	47,5	23,2
Finland	40,9	52,5	52,9	56,5	33,5
Island	50,5	56,1	64,4	60,3	34,9
Norge	59,6	60,7	59,8	58,7	42,7
Sverige	61,2	64,6	61,7	59,8	35,5
OECD	53,0	56,6	60,7	56,7	33,1



Tabel C3a Indre motivation. Procentdel af eleverne der svarede "meget enig" eller "enig" i følgende spørgsmål

Indre motivation	Jeg kan godt lide bøger om matematik	Jeg ser frem til mine matematiktimer	Jeg lærer matematik, fordi jeg kan lide det	Jeg er interesseret i de ting, jeg lærer i matematiktimerne
Land	%	%	%	%
Danmark	40,4	51,5	56,9	64,1
Shanghai	50,1	54,4	49,3	60,6
Singapore	68,1	76,8	72,2	77,1
Hongkong	44,4	49,8	54,9	52,4
Taiwan	40,4	37,8	40,3	41,7
Sydkorea	27,2	21,8	30,7	47,2
Finland	21,0	24,8	28,8	44,3
Island	37,9	39,7	47,7	57,6
Norge	26,5	33,2	32,2	50,3
Sverige	50,7	36,2	37,0	54,5
OECD	30,6	36,2	38,1	53,1

Tabel C3b Instrumentel motivation i matematik. Procentdel af eleverne der svarede "meget enig" og "enig".

Instrumentel motivation	Det er umagen værd at tage sig sammen i matematik, fordi det vil være mig en hjælp i mit fremtidige arbejde	At lære matematik er vigtigt for mig, da det vil forbedre mine karrieremuligheder	Matematik er et vigtigt fag for mig, fordi jeg har brug for det i den uddannelse, jeg ønsker at gå i gang med senere	Jeg lærer mange ting i matematik, som vil hjælpe mig til at få et job	Gsn. indeks
Land	%	%	%	%	-1 til 1
Danmark	87,8	87,9	71,7	77,6	0,23
Shanghai	78,2	72,7	79,0	66,3	0,01
Singapore	90,4	88,2	87,4	85,5	0,40
Hongkong	69,2	71,7	66,3	58,6	-0,23
Taiwan	65,3	62,1	64,4	57,9	-0,33
Sydkorea	59,3	63,1	61,4	50,2	-0,39
Finland	73,2	85,4	70,3	73,8	-0,01
Island	82,9	88,2	78,5	83,4	0,33
Norge	84,6	82,6	77,4	78,2	0,19
Sverige	78,9	85,5	75,6	78,8	0,18
OECD	75,0	78,2	66,3	70,5	

Tabel D1a Holdninger til skolens læringsaktiviteter. Students' attitudes towards school: Learning activities. Procentdel af elever der svarede "meget enig" og "enig"

Holdninger til skolens læringsaktiviteter	til Det vil hjælpe mig med at få et godt job, hvis jeg gør mig umage i skolen*	Hvis jeg gør mig umage i skolen, vil det hjælpe mig med at komme ind på en god uddannelse*	Jeg kan godt lide af få gode karakterer*	Det er vigtigt at gøre sig umage i skolen*	Gns. Indeks
Land	%	%	%	%	-1 til 1
Danmark	94,3	97,1	97,8	95,9	0,10
Shanghai	89,1	94,2	85,0	94,9	-0,30
Singapore	87,7	97,0	98,1	97,1	0,07
Hongkong	87,8	92,1	95,7	94,3	-0,31
Taiwan	84,9	91,8	88,7	91,9	-0,44
Sydkorea	88,2	94,0	79,3	92,0	-0,38
Finland	89,3	97,5	96,0	89,4	-0,18
Island	95,7	97,6	96,5	97,3	0,39
Norge	91,3	94,7	97,7	82,8	-0,08
Sverige	94,8	95,5	97,3	94,5	0,20
OECD	91,3	93,7	95,3	93,1	0,00

Tabel D1b Holdninger til skolens resultater. Procentdel af de elever, der svarede "meget enig" og "enig" (\*) eller "meget uenig" eller "uenig" (\*\*)

Holdningen til skolens resultater	til Skolen har ikke gjort meget for at forberede mig til voksenlivet, når jeg forlader skolen**	Skolen har været tidsspilde**	Skolen har hjulpet mig med at få selvtilid til at træffe beslutninger*	Skolen har lært mig ting, der kan blive til nytte på en arbejdsplads*	Gns. indeks
Land	%	%	%	%	-1 til 1
Danmark	71,8	90,5	72,0	86,8	-0,09
Shanghai	68,2	92,0	72,4	75,3	-0,23
Singapore	64,4	89,4	84,8	87,9	-0,05
Hongkong	59,8	86,3	73,1	79,2	-0,42
Taiwan	58,1	86,5	75,5	90,9	-0,26
Sydkorea	75,4	87,8	67,2	71,5	-0,28
Finland	81,0	88,8	79,8	93,6	0,06
Island	78,1	91,0	70,4	88,4	0,05
Norge	66,3	86,8	67,0	81,9	-0,27
Sverige	66,7	84,8	72,4	88,0	-0,14
OECD	70,6	88,5	76,7	87,1	0,00

Tabel D2 Tilhørsforhold. Procentdel af de elever der svarede "meget enig" og "enig" (\*) eller "meget uenig" eller "uenig" (\*\*)

Tilhørsforhold	Jeg følger mig udenfor (eller holdes udenfor) i skolen**	Jeg får let venner i skolen*	Jeg følger mig hjemme i skolen*	Jeg følger mig forkert og malplaceret i skolen**	Det virker, som om de andre elever kan lide mig*	Jeg følger mig ensom i skolen**	Jeg er glad når jeg er i skole*	Alt er perfekt på skolen*	Jeg er tilfreds med skolen*	Gns. Indeks
Land	%	%	%	%	%	%	%	%	%	-1 til 1
Danmark	93,0	84,4	77,4	90,5	87,7	92,7	86,1	38,5	81,5	-0,05
Shanghai	86,7	87,3	67,5	86,8	77,3	86,2	84,6	46,9	69,3	-0,32
Singapore	83,7	88,4	83,8	83,3	86,4	84,4	87,9	75,2	81,0	-0,15
Hongkong	82,0	86,3	73,0	87,3	80,1	86,0	86,3	59,8	76,6	-0,39
Taiwan	90,5	88,1	91,0	85,8	72,3	88,3	86,5	44,8	71,1	-0,19
Sydkorea	91,8	78,8	76,3	89,3	77,7	91,1	60,4	48,4	65,0	-0,32
Finland	90,9	85,5	84,3	85,5	87,6	91,3	66,9	51,0	73,4	-0,22
Island	90,4	85,6	88,2	89,0	91,2	91,8	90,4	75,2	85,1	0,36
Norge	91,6	85,6	87,1	87,7	88,7	90,5	86,9	71,4	73,9	0,08
Sverige	89,5	86,8	78,6	90,2	88,8	90,5	85,0	36,7	76,6	-0,04
OECD	88,8	86,9	81,3	87,6	89,2	91,1	79,8	61,1	78,2	0,00

**Table E1** Kognitiv aktivering. Procentdel af elever der har svaret "altid eller næsten altid" og "ofte"

Kognitiv aktivering	Læreren stiller spørgsmål, der får os til at tænke over opgaven	Læreren giver os opgaver, der kræver, at vi tænker i længere tid	Læreren beder os om at finde vores egen metode til at løse udviklede opgaver	Læreren giver os opgaver, hvor der ikke er en umiddelbart indlysende løsnings metode	Læreren giver os opgaver i forskellige sammenhænge, så vi kan finde ud af, om vi har forstået begreberne	Læreren hjælper os med at lære af vores fejl	Læreren beder os forklare, hvordan vi har løst en opgave	Læreren giver os opgaver, der kræver, at vi skal bruge det, vi har lært, i nye sammenhænge	Læreren giver os opgaver, der kan løses på flere forskellige måder
Land	%	%	%	%	%	%	%	%	%
Danmark	59	57	32	43	58	61	76	72	57
Shanghai	66	31	42	48	65	74	69	70	66
Singapore	59	64	47	57	71	82	68	77	70
Hongkong	46	49	42	26	54	59	54	54	60
Taiwan	48	61	34	28	53	65	50	49	69
Sydkorea	28	23	18	13	53	40	45	40	46
Finland	57	53	41	48	45	60	75	59	58
Island	52	44	34	43	55	66	54	55	56
Norge	42	37	47	41	51	55	67	62	49
Sverige	46	33	40	34	48	57	73	49	62
OECD	59	53	42	47	59	60	70	62	60

Tabel E2 Lærerstyret undervisning. Procentdel af elever der har svaret "hver time" og "de fleste timer"

Lærerstyret undervisning	Læreren opstiller klare mål for vores indlæring	Læreren beder mig eller mine klassekammerater om at give en grundig gennemgang af vores tanker eller argumenter	Læreren stiller spørgsmål for at tjekke, om vi har forstået det, han/hun har undervist i	I begyndelsen af timen giver læreren et kort resumé af den foregående time	Læreren fortæller os, hvad vi skal lære
Land	%	%	%	%	%
Danmark	67	31	76	30	75
Shanghai	78	70	77	70	86
Singapore	71	59	82	50	88
Hongkong	49	43	63	43	69
Taiwan	63	49	70	46	74
Sydkorea	60	30	59	48	76
Finland	67	62	60	44	78
Island	80	39	71	31	89
Norge	64	61	64	27	76
Sverige	67	71	68	34	77
OECD	69	56	71	41	80

Tabel E3 Elevinvolvering. Procentdel af elever der har svaret "hver time" og "de fleste timer"

Elevinvolvering	Læreren giver forskellige opgaver til de elever, der har svært ved at læse, og dem, der lærer hurtigere	Læreren giver os projekter, der tager mindst en uge	Læreren opdeler os i små grupper, som skal finde en fælles løsning på et problem eller en opgave	Læreren beder os om at være med til at planlægge aktiviteter eller emner i klassen
Land	%	%	%	%
Danmark	29	13	30	12
Shanghai	18	10	24	15
Singapore	28	17	26	18
Hongkong	15	11	15	11
Taiwan	22	17	16	23
Sydkorea	16	11	14	21
Finland	56	6	11	5
Island	47	30	22	11
Norge	58	11	21	11
Sverige	62	19	33	13
OECD	30	17	23	17

Tabel E4 Elevevaluering. Procentdel af elever der har svaret "hver time" og "de fleste timer"

Elev-evaluering	Læreren fortæller mig, hvordan jeg klarer mig i matematik	Læreren giver mig feedback på mine styrker og svagheder i matematik	Læreren fortæller os, hvad der forventes af os, når vi får en prøve eller opgave	Læreren fortæller mig, hvad jeg skal gøre for at blive bedre til matematik
Land	%	%	%	%
Danmark	26	26	50	36
Shanghai	19	36	61	72
Singapore	35	35	74	60
Hongkong	18	23	48	54
Taiwan	15	32	44	60
Sydkorea	15	12	25	29
Finland	28	19	56	37
Island	43	17	51	44
Norge	34	28	63	44
Sverige	35	26	64	48
OECD	31	26	61	47

## 3 Læsning

Af Elisabeth Arnbak og Jan Mejding

I PISA 2012 er læsning et bi-domæne. Derfor anvendes samme teoretiske ramme og dermed et udsnit af de samme tekster og opgaver som i PISA 2009. PISA's definition af funktionel læsefærdighed lyder således:

"At være i besiddelse af en funktionel læsekompetence vil sige, at man *forstår*, kan *anvende*, *reflektere* over og *engagere sig* i indholdet af skrevne tekster, så man kan opnå sine mål, udvikle sin viden og sine muligheder og kan deltage aktivt i samfundslivet."  
(OECD/PISA, 2009)

De udvalgte læseaktiviteter afspejler forskelligartede kontekster, som de unges hverdagslæsning foregår i. Man undersøger således læsning af tekster, som typisk hører hjemme i fritiden, i uddannelses- og jobsammenhænge og i mere samfundsrelaterede sammenhænge.

PISA undersøger elevernes læsefærdigheder med opgaver, der ikke kræver mundtlige besvarelser. Elevernes læsefærdigheder undersøges derfor med to opgavetyper:

- multiple choice-opgaver, hvor eleven skal afkrydse det rigtige blandt flere svarmuligheder (47 % af opgaverne)
- åbne spørgsmål, hvor eleven selv skal skrive et kortere eller længere svar (53 % af opgaverne).

I vurderingen af de åbne spørgsmål lægges der vægt på, at elevens skriftlige formåen, fx retstavning, kommatering eller syntaks, ikke påvirker elevens score, således at det er elevens læsefærdigheder, der vurderes, ikke dennes skrivefærdigheder.

Elevernes funktionelle læsefærdigheder rapporteres med en samlet læsescore baseret på tre delscorer (delfærdigheder):

- at finde og uddrage informationer
- at sammenkæde og fortolke informationer
- at reflektere over og vurdere informationer.<sup>9</sup>

### Læseskalaen

Elevernes funktionelle læsefærdigheder måles på en skala med syv niveauer. Læsefærdigheder under niveau 2 anses for at være utilstrækkelige til at klare hverdagens læsekrav på en ungdomsuddannelse eller på arbejdsmarkedet. Disse elever har gennem deres svar på de stillede opgaver vist, at de ikke er i stand til at løse andet end de mest basale læseopgaver – se beskrivelsen for niveauerne 1a og 1b i Tabel 3.1. Det internationale OECD 2012-gennemsnit på læseskalaen er 496 point med en spredning (standardafvigelse) på 94 point, hvilket vil sige, at to tredjedele af OECD-landenes elever har en score mellem 402 og 590. For en uddybende beskrivelse af de læsekompetencer, PISA beskæftiger sig med, henvises til den danske PISA-rapport for 2009-undersøgelsen.

<sup>9</sup>

For yderligere informationer om tekster og opgaver i PISA 2012 vedrørende læsning henvises til den internationale rapport samt til den danske PISA-rapport fra 2009.

Tabel 3.1 Opsummerende beskrivelse af de syv niveauer af læsefærdigheder

Niveau	Nedre grænse	OECD-gns. i 2012 på det pågældende niveau	Hvad kræver opgaver på dette læsefærdighedsniveau
<b>6</b>	707,8	1,1 % af elever i OECD-lande kan som minimum løse opgaver på niveau 6 på læseskalaen. I Danmark gælder det for 0,4 % af eleverne.	Opgaver på dette niveau kræver typisk, at læseren er i stand til at drage flere detaljerede og præcise følgeslutninger, sammenligninger og modstillinger af informationer. Opgaverne kræver, at eleven demonstrerer en komplet og detaljeret forståelse af en eller flere tekster, og kan involvere, at eleven skal sammenkæde informationer fra mere end en tekst. Opgaverne kan kræve, at læseren forholder sig til ukendte idéer i tekster, som indeholder iøjefaldende konkurrerende information, og at læseren kan bruge abstrakte begreber i fortolkningsarbejdet. Opgaver i 'at reflektere over og vurdere' kan kræve, at læseren opstiller hypoteser om eller forholder sig kritisk vurderende til en kompleks tekst om et ukendt emne og i processen tager flere forskellige kriterier eller perspektiver i betragtning og anvender sofistikeret baggrundsviden. Der er begrænsede data om 'reflektere over og vurdere'-opgaver på dette niveau, men det ser ud til, at fremtrædende træk er præcision i tekstanalysen og en god opmærksomhed på subtile detaljer i teksten.
<b>5</b>	625,6	8,4 % af elever i OECD-lande kan som minimum løse opgaver på niveau 5 på læseskalaen. I Danmark gælder det for 5,4 % af eleverne.	På dette niveau vil opgaver i at finde og uddrage informationer kræve, at læseren kan lokalisere og organisere flere forskellige informationer i længere tekster og udlede hvilke informationer i teksten, der er relevante. Opgaver i at reflektere over teksten kræver, at eleven forholder sig kritisk vurderende til teksten eller opstiller hypoteser om teksten ved at trække på specialiseret viden. Både fortolkende og reflekterende opgaver kræver en fuldstændig og detaljeret forståelse af en tekst, hvis indhold eller struktur læseren ikke er bekendt med. Det gælder for alle opgavetyper, at opgaver på dette niveau typisk involverer, at eleven skal forholde sig til idéer, som er i modstrid med, hvad man måtte forvente.
<b>4</b>	552,9	29,5 % af elever i OECD-lande kan som minimum løse opgaver på niveau 4 på læseskalaen. I Danmark gælder det for 26,0 % af eleverne.	På dette niveau vil opgaver i at finde og uddrage informationer kræve, at læseren er i stand til at lokalisere og organisere flere forskellige informationer i tekststykker. Nogle opgaver på dette niveau kræver, at læseren kan forstå betydningen af sproglige nuancer i et tekstafsnit i forhold til resten af teksten. Andre fortolkende opgaver kræver, at eleven forstår og kan anvende kategorier/begreber i en ukendt sammenhæng. På dette niveau vil opgaver i at reflektere over teksten kræve, at læseren kan bruge skolebaseret eller almen viden til at opstille hypoteser om eller kritisk vurdere en tekst. Læseren skal kunne demonstrere en præcis forståelse af lange eller komplekse tekster med et ukendt indhold eller struktur.
<b>3</b>	480,2	58,6 % af elever i OECD-lande kan som minimum løse opgaver på niveau 3 på læseskalaen. I Danmark gælder det for 59,6 % af eleverne.	Opgaver på dette niveau kræver, at læseren kan finde og i visse tilfælde genkende relationen mellem informationer, som opfylder flere forskellige betingelser. Opgaver i at fortolke kræver, at læseren sammenkæder flere forskellige tekstdele for at identificere tekstens hovedidé for at kunne forstå sammenhænge i teksten eller udlede betydningen af et ord eller en frase. Læseren er nødt til at forholde sig til mange elementer, der skal sammenlignes, modstilles eller kategoriseres. Ofte er den nødvendige information indlejret i længere tekststykker, der kan være flere konkurrerende informationer i teksten, eller også er der andre udfordringer, som at idéerne i teksten er i modstrid med, hvad man måtte forvente, eller formuleret i negative vendinger. På dette niveau kan opgaver i at reflektere over teksten kræve, at læseren sammenholder, sammenligner eller forklarer informationer i teksten, eller at læseren evaluerer et træk ved teksten. Nogle reflekterende opgaver kræver, at læseren viser en fin forståelse af teksten i lyset af velkendt hverdagsviden. Andre opgaver kræver ikke detaljeret tekstforståelse, men at læseren aktiverer mindre velkendt viden.
<b>2</b>	407,5	82,0 % af elever i OECD-lande kan som minimum løse opgaver på niveau 2 på læseskalaen. I Danmark gælder det for 85,4 % af eleverne.	Nogle opgaver på dette niveau kræver, at læseren kan finde en eller flere informationer, som eventuelt skal udledes af sammenhængen eller opfylde en række forskellige kriterier. Andre opgaver kræver, at læseren kan identificere tekstens hovedidé, forstå sammenhænge i teksten, eller at læseren skaber mening i et tekststykke ved at drage enkle følgeslutninger på basis af detaljer i teksten. Opgaver på dette niveau kan involvere, at læseren sammenligner eller modstiller oplysninger på basis af et enkelt træk i teksten. Den typiske reflekterende opgave på dette niveau vil kræve, at læseren sammenligner eller sammenholder teksten med egne personlige erfaringer og holdninger.
<b>1a</b>	334,6	94,3 % af elever i OECD-lande kan som minimum løse opgaver på niveau 1a på læseskalaen. I Danmark gælder det for 96,1 % af eleverne.	Opgaver på dette niveau kræver, at læseren kan finde en eller flere klart formulerede informationer i teksten, kan genkende tekstens hovedidé eller forfatterens formål med en tekst med et velkendt indhold, eller at denne kan etablere enkle forbindelser mellem informationer i teksten og almindelig hverdagsviden. Informationer i teksten vil typisk være let at identificere, og der er kun få (hvis nogen overhovedet) konkurrerende informationer. Læseren bliver eksplicit opfordret til at overveje relevante faktorer i opgaven og i teksten.
<b>1b</b>	262,0	98,7 % af elever i OECD-lande kan som minimum løse opgaver på niveau 1b på læseskalaen. I Danmark gælder det for 99,2 % af eleverne.	Opgaver på dette niveau kræver, at læseren kan finde en enkelt eksplicit information, der er tydeligt markeret i en kort tekst med enkel sætningsstruktur og et velkendt indhold og struktur, fx en beretning eller en liste. Teksten vil typisk støtte læseren gennem brug af gentagelser, billeder eller velkendte symboler. Der er stort set ingen konkurrerende informationer. I opgaver, hvor læseren skal fortolke informationer, kan læseren være nødt til at forbinde informationer, der står i nærheden af hinanden.






### 3.1 Danske elever i en international sammenligning

Danske elever scorer i snit 496 (2009: 495) point på den samlede læseskala, hvilket igen placerer Danmark på det internationale OECD-gennemsnit – se Figur 3.1. Det danske resultat adskiller sig ikke signifikant fra resultaterne i Norge, Storbritannien, USA, Tjekkiet, Italien, Østrig, Ungarn, Portugal og Israel.

Figur 3.1 Sammenligning af deltagerlandenes/-landområders gennemsnitlige score på den samlede læseskala

Gennemsnit	S.E.	Sammenligningsland	Lande hvis gennemsnitsscore IKKE er statistisk signifikant forskellig fra sammenligningslandets resultat
570	(2,9)	Shanghai-Kina	
545	(2,8)	Hong Kong-Kina	Singapore Japan Korea
542	(1,4)	Singapore	Hong Kong-Kina Japan Korea
538	(3,7)	Japan	Hong Kong-Kina Singapore Korea
536	(3,9)	Korea	Hong Kong-Kina Singapore Japan
524	(2,4)	Finland	Irland Taipei (Kina) Canada Polen Liechtenstein
523	(2,6)	Irland	Finland Taipei (Kina) Canada Polen Liechtenstein
523	(3,0)	Taipei (Kina)	Finland Irland Canada Polen Estland Liechtenstein
523	(1,9)	Canada	Finland Irland Taipei (Kina) Polen Liechtenstein
518	(3,1)	Polen	Finland Irland Taipei (Kina) Canada Estland Liechtenstein New Zealand Australien Nederlandene Vietnam
516	(2,0)	Estland	Taipei (Kina) Polen Liechtenstein New Zealand Australien Nederlandene Vietnam
516	(4,1)	Liechtenstein	Finland Irland Taipei (Kina) Canada Polen Estland New Zealand Australien Nederlandene Belgien Schweiz Macao-Kina Vietnam Tyskland
512	(2,4)	New Zealand	Polen Estland Liechtenstein Australien Nederlandene Belgien Schweiz Macao-Kina Vietnam Tyskland Frankrig
512	(1,6)	Australien	Polen Estland Liechtenstein New Zealand Nederlandene Belgien Schweiz Macao-Kina Vietnam Tyskland Frankrig
511	(3,5)	Nederlandene	Polen Estland Liechtenstein New Zealand Australien Belgien Schweiz Macao-Kina Vietnam Tyskland Frankrig Norge
509	(2,2)	Belgien	Liechtenstein New Zealand Australien Nederlandene Schweiz Macao-Kina Vietnam Tyskland Frankrig Norge
509	(2,6)	Schweiz	Liechtenstein New Zealand Australien Nederlandene Belgien Macao-Kina Vietnam Tyskland Frankrig Norge
509	(0,9)	Macao-Kina	Liechtenstein New Zealand Australien Nederlandene Belgien Schweiz Vietnam Tyskland Frankrig Norge
508	(4,4)	Vietnam	Polen Estland Liechtenstein New Zealand Australien Nederlandene Belgien Schweiz Macao-Kina Tyskland Frankrig Norge Storbritannien USA
508	(2,8)	Tyskland	Liechtenstein New Zealand Australien Nederlandene Belgien Schweiz Macao-Kina Vietnam Frankrig Norge Storbritannien
505	(2,8)	Frankrig	New Zealand Australien Nederlandene Belgien Schweiz Macao-Kina Vietnam Tyskland Norge Storbritannien USA
504	(3,2)	Norge	Nederlandene Belgien Schweiz Macao-Kina Vietnam Tyskland Frankrig Storbritannien USA <b>Danmark</b>
499	(3,5)	Storbritannien	Vietnam Tyskland Frankrig Norge USA <b>Danmark</b> Tjekkiet
498	(3,7)	USA	Vietnam Frankrig Norge Storbritannien <b>Danmark</b> Tjekkiet Italien Østrig Ungarn Portugal Israel
496	(2,6)	<b>Danmark</b>	Norge Storbritannien USA Tjekkiet Italien Østrig Ungarn Portugal Israel
493	(2,9)	Tjekkiet	Storbritannien USA <b>Danmark</b> Italien Østrig Letland Ungarn Spanien Luxembourg Portugal Israel Kroatien
490	(2,0)	Italien	USA <b>Danmark</b> Tjekkiet Østrig Letland Ungarn Spanien Luxembourg Portugal Israel Kroatien Sverige
490	(2,8)	Østrig	USA <b>Danmark</b> Tjekkiet Italien Letland Ungarn Spanien Luxembourg Portugal Israel Kroatien Sverige
489	(2,4)	Letland	Tjekkiet Italien Østrig Ungarn Spanien Luxembourg Portugal Israel Kroatien Sverige
488	(3,2)	Ungarn	USA <b>Danmark</b> Tjekkiet Italien Østrig Letland Spanien Luxembourg Portugal Israel Kroatien Sverige Island
488	(1,9)	Spanien	Tjekkiet Italien Østrig Letland Ungarn Luxembourg Portugal Israel Kroatien Sverige
488	(1,5)	Luxembourg	Tjekkiet Italien Østrig Letland Ungarn Spanien Portugal Israel Kroatien Sverige
488	(3,8)	Portugal	USA <b>Danmark</b> Tjekkiet Italien Østrig Letland Ungarn Spanien Luxembourg Israel Kroatien Sverige Island Slovenien
486	(5,0)	Israel	USA <b>Danmark</b> Tjekkiet Italien Østrig Letland Ungarn Spanien Luxembourg Portugal Kroatien Sverige Island Slovenien Litauen Grækenland Tyrkiet Rusland
485	(3,3)	Kroatien	Tjekkiet Italien Østrig Letland Ungarn Spanien Luxembourg Portugal Israel Sverige Island Slovenien Litauen Grækenland Tyrkiet
483	(3,0)	Sverige	Italien Østrig Letland Ungarn Spanien Luxembourg Portugal Israel Kroatien Island

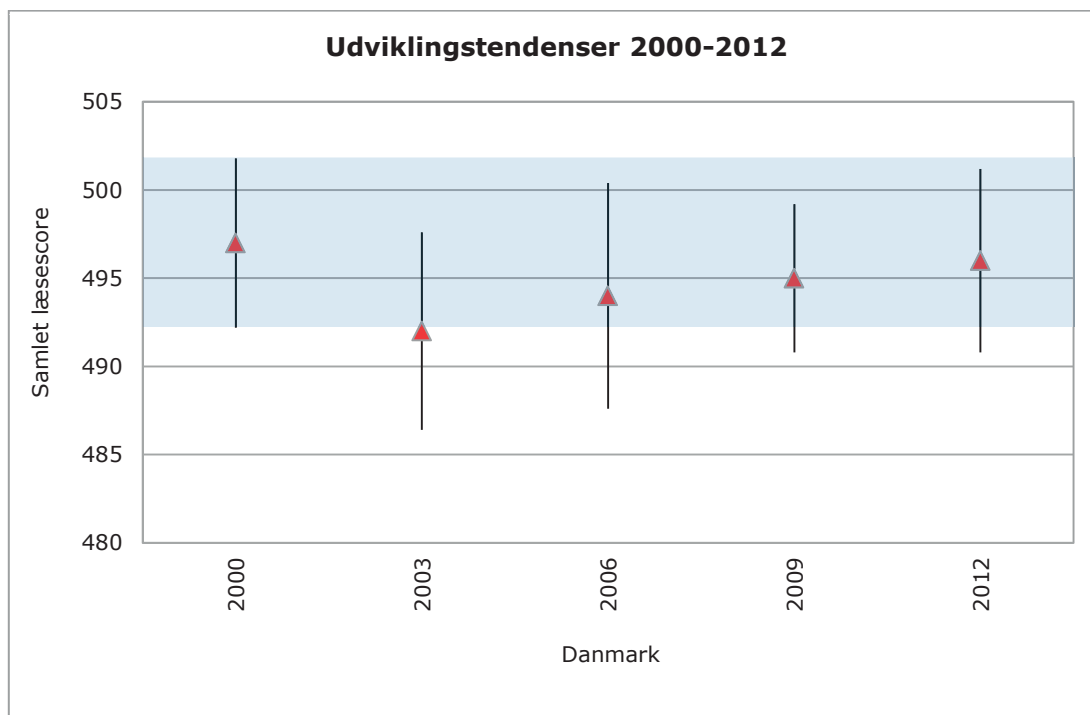
Gennemsnit	S.E.	Sammenligningsland	Lande hvis gennemsnitsscore IKKE er statistisk signifikant forskellig fra sammenligningslandets resultat
			Slovenien Litauen Grækenland Tyrkiet Rusland
483	(1,8)	Island	Ungarn Portugal Israel Kroatien Sverige Slovenien Litauen Grækenland Tyrkiet
481	(1,2)	Slovenien	Portugal Israel Kroatien Sverige Island Litauen Grækenland Tyrkiet Rusland
477	(2,5)	Litauen	Israel Kroatien Sverige Island Slovenien Grækenland Tyrkiet Rusland
477	(3,3)	Grækenland	Israel Kroatien Sverige Island Slovenien Litauen Tyrkiet Rusland
475	(4,2)	Tyrkiet	Israel Kroatien Sverige Island Slovenien Litauen Grækenland Rusland
475	(3,0)	Rusland	Israel Sverige Slovenien Litauen Grækenland Tyrkiet
463	(4,2)	Slovakiet	
449	(1,2)	Cypern	Serbien
446	(3,4)	Serbien	Cypern Forenede Arabiske Emirater (UAE) Chile Thailand Costa Rica Rumænien Bulgarien
442	(2,5)	Forenede Arabiske Emirater (UAE)	Serbien Chile Thailand Costa Rica Rumænien Bulgarien
441	(2,9)	Chile	Serbien Forenede Arabiske Emirater (UAE) Thailand Costa Rica Rumænien Bulgarien
441	(3,1)	Thailand	Serbien Forenede Arabiske Emirater (UAE) Chile Costa Rica Rumænien Bulgarien
441	(3,5)	Costa Rica	Serbien Forenede Arabiske Emirater (UAE) Chile Thailand Rumænien Bulgarien
438	(4,0)	Rumænien	Serbien Forenede Arabiske Emirater (UAE) Chile Thailand Costa Rica Bulgarien
436	(6,0)	Bulgarien	Serbien Forenede Arabiske Emirater (UAE) Chile Thailand Costa Rica Rumænien
424	(1,5)	Mexico	Montenegro
422	(1,2)	Montenegro	Mexico
411	(3,2)	Uruguay	Brasilien Tunesien Colombia
410	(2,1)	Brasilien	Uruguay Tunesien Colombia
404	(4,5)	Tunesien	Uruguay Brasilien Colombia Jordan Malaysia Indonesien Argentina Albanien
403	(3,4)	Colombia	Uruguay Brasilien Tunesien Jordan Malaysia Indonesien Argentina
399	(3,6)	Jordan	Tunesien Colombia Malaysia Indonesien Argentina Albanien Kazakstan
398	(3,3)	Malaysia	Tunesien Colombia Jordan Indonesien Argentina Albanien Kazakstan
396	(4,2)	Indonesien	Tunesien Colombia Jordan Malaysia Argentina Albanien Kazakstan
396	(3,7)	Argentina	Tunesien Colombia Jordan Malaysia Indonesien Albanien Kazakstan
394	(3,2)	Albanien	Tunesien Jordan Malaysia Indonesien Argentina Kazakstan Qatar Peru
393	(2,7)	Kazakstan	Jordan Malaysia Indonesien Argentina Albanien Qatar Peru
388	(0,8)	Qatar	Albanien Kazakstan Peru
384	(4,3)	Peru	Albanien Kazakstan Qatar

	Statistisk signifikant over OECD-gennemsnittet
	Ikke statistisk signifikant forskelligt fra OECD-gennemsnittet
	Statistisk signifikant under OECD-gennemsnittet

Kilde: OECD PISA 2012 database.

I Figur 3.2 vises det danske gennemsnitsresultat i læsning samt konfidensintervallet (den statistiske usikkerhedsmargin) for de fem gennemførte PISA-undersøgelser siden 2000. Som det ses, er danske elevers læsefærdigheder generelt set uændrede i forhold til de tidligere PISA-runder (2000, 2003, 2006 og 2009).

Figur 3.2 De danske landsgennemsnit med konfidensintervaller set i relation til resultatet i 2000



### 3.2 Fordelingen af danske elever på de syv niveauer på læseskalaen

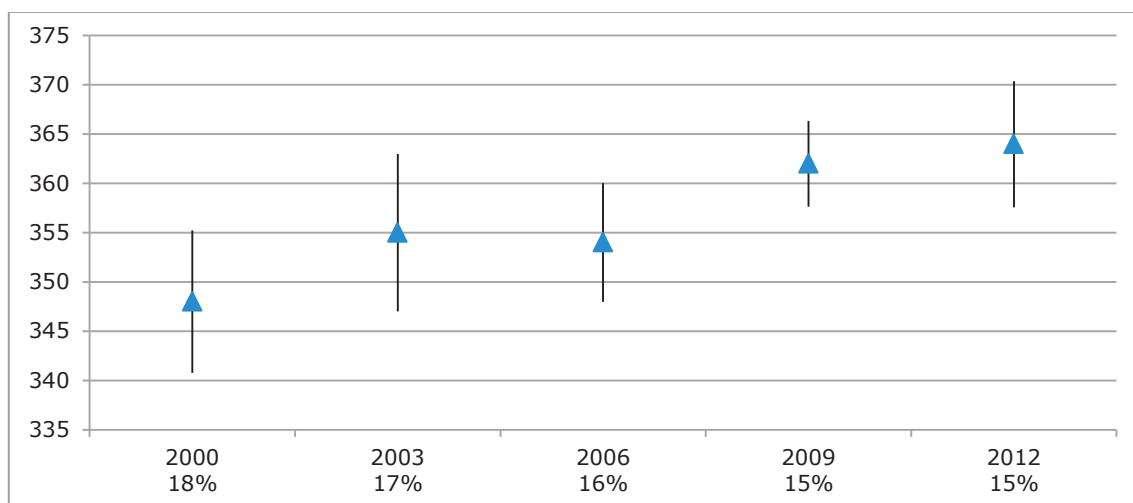
I Danmark, som i alle de andre deltagende lande, er fordelingen af elever på læseskalaens syv færdighedsniveauer interessant og pædagogisk relevant. Nedenfor ses i Tabel 3.2 fordelingen af danske elever på de syv færdighedsniveauer.

Tabel 3.2 Andel af danske elever på læseskalaens syv niveauer i 2009 og 2012

Testrunde	Under niv. 1b (%)	Niv. 1b (%)	Niv. 1a (%)	Under niv. 2 (%)	Niv. 2 (%)	Niv. 3 (%)	Niv. 4 (%)	Niv. 5 (%)	Niv. 6 (%)	Niv. 5 + 6 (%)
2009	0,4	3,1	11,7	15,2	26,0	33,1	20,9	4,4	0,3	4,7
2012	0,8	3,1	10,7	14,6	25,8	33,6	20,5	5,1	0,4	5,5
OECD 2012 gns.	1,3	4,4	12,3	18,0	23,5	29,1	21,0	7,3	1,1	8,4

I snit har 18 % af eleverne i OECD-landene i PISA 2012-undersøgelsen læsefærdigheder under niveau 2 (utilstrækkelige læsefærdigheder). Som det ses i Tabel 3.2, er andelen af danske elever under niveau 2 på 14,6 %, hvilket betyder, at andelen af elever med utilstrækkelige funktionelle læsefærdigheder er faldet en anelse fra 2009 til 2012, ikke mindst set i lyset af at andelen af fritagne elever i 2012 er 6 %, altså lavere end i 2009 (8,6 %). Faldet i procent fra 2009 til 2012 er ikke signifikant, men ser man på gruppens gennemsnitlige score i forhold til resultatet fra 2000, er der tale om en klar fremgang for de svageste elever. I Figur 3.3 ses udviklingstendensen i den gennemsnitlige score (med konfidensinterval) for de svageste elever gennem de fem PISA-undersøgelser.

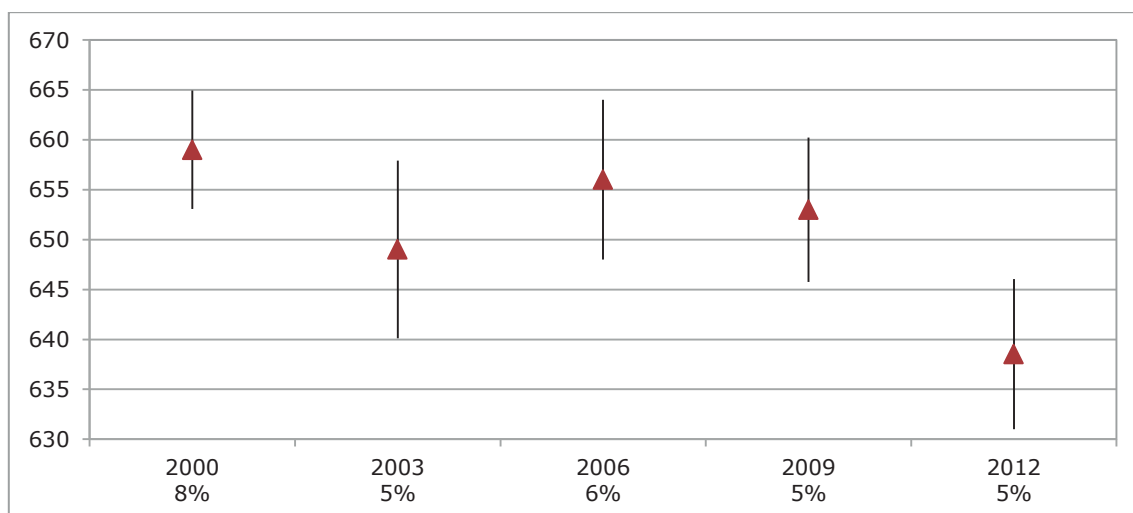
Figur 3.3 *Udviklingstendenser i den gennemsnitlige læsescore fra 2000 til 2012 for de lavest præsterende elever*



Endvidere ses en svag tendens til, at flere elever når op i den øvre del af skalaen. Således har 5,5 % af danske elever i 2012 læsefærdigheder på niveau 5 eller 6 mod 4,7 % i 2009. Men til gengæld er der sket et signifikant fald i den gennemsnitlige score for de bedste elever både set i forhold til resultatet fra 2009, men også i forhold til år 2000 (se Figur 3.4).

I snit har 8,4 % af eleverne i OECD meget gode læsefærdigheder (niveau 5 + 6). Det betyder, at vi i Danmark har behov for en fortsat læseindsats med henblik på at styrke både bund og top.

Figur 3.4 *Udviklingstendenser i den gennemsnitlige læsescore fra 2000 til 2012 for de bedst præsterende elever*



### 3.3 Læsefærdigheder blandt danske drenge og piger

På tværs af alle deltagerlande i PISA 2012 ses det, at piger klarer sig signifikant bedre end drenge. Den gennemsnitlige forskel i point mellem piger og drenge er 38 i OECD-landene (i 2009 var den gennemsnitlige POINTforskul 39).

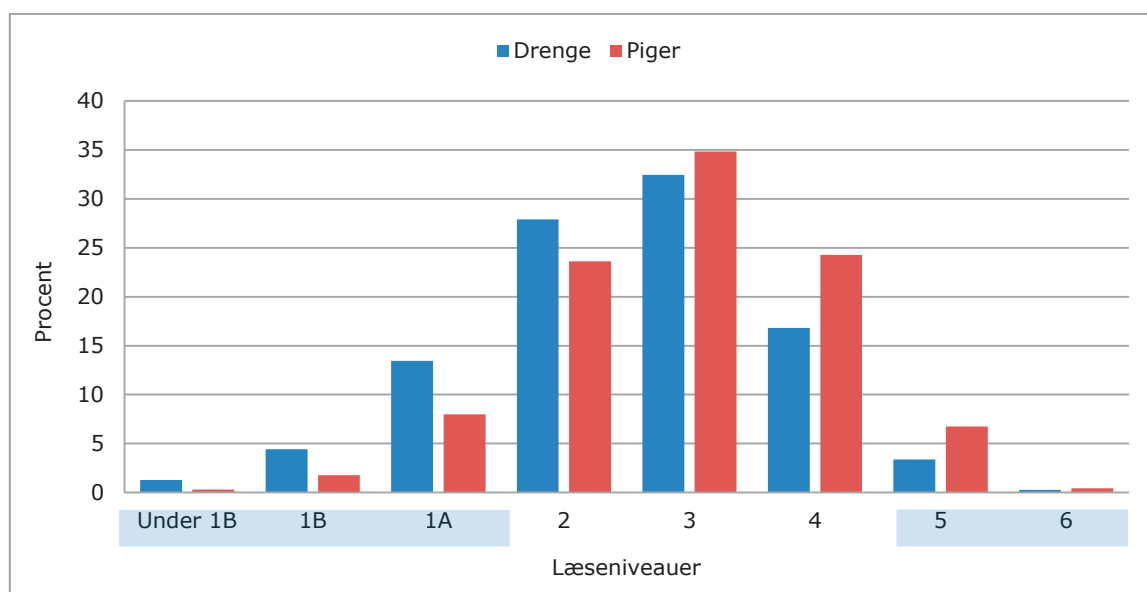
Danske drenge scorer i snit 481 og danske piger 512 point, hvilket betyder en forskel i point i pigernes favør på 31. Kønsforskellen i læsefærdigheder i Danmark er således mindre end OECD-gennemsnittet. Danske drenge læsefærdigheder ligger på samme niveau som i 2009 (480 point), mens pigerne i 2012 i snit viser en svag fremgang i forhold til 2009 (509 til 512 point). Der ses således en svag tendens til, at kønsforskellen i Danmark er stigende.

Tabel 3.3 Andelen af drenge og piger på læseskalaens syv niveauer

Køn	Under niv. 1b (%)	Niv. 1b (%)	Niv. 1a (%)	Under niv. 2 (%)	Niv. 2 (%)	Niv. 3 (%)	Niv. 4 (%)	Niv. 5 (%)	Niv. 6 (%)	Niv. 5 + 6 (%)
Drenge	1,3	4,4	13,5	19,2	27,9	32,4	16,8	3,4	0,3	3,7
OECD 2012 gns.	2,1	6,2	15,1	23,4	25,2	27,3	17,5	5,4	0,7	6,1
Piger	0,3	1,8	8,0	10,1	23,6	34,8	24,3	6,8	0,4	7,2
OECD 2012 gns.	0,5	2,4	8,9	11,8	21,7	31,8	24,6	9,3	1,5	10,8

Som i 2009 kommer denne forskel især til udtryk i bunden og toppen af læseskalaen (se Arnbak & Mejding, 2010, bind 1 s. 43). 19,2 % af danske drenge ligger under niveau 2, mens dette kun er tilfældet for 10,1 % af pigerne. Kun 3,7 % af danske drenge ligger på niveau 5 og 6 over for 7,2 % af pigerne (se Tabel 3.3 og Figur 3.5).

Figur 3.5 Læseniveauer for danske drenge og piger

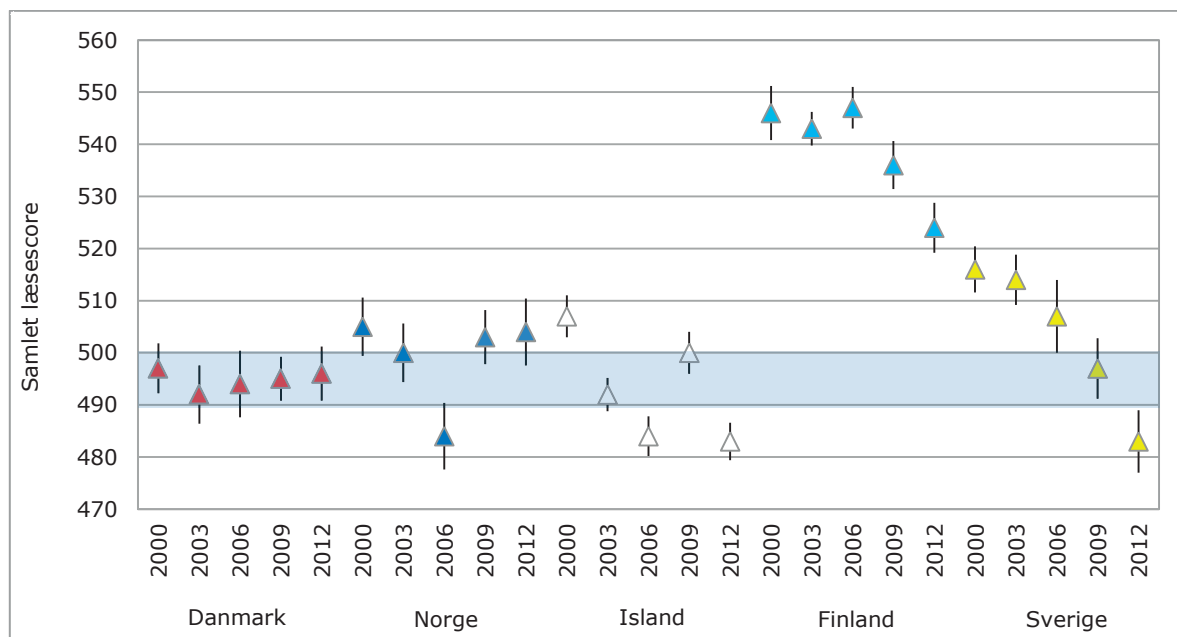


### 3.4 Danmark og resten af Norden

Finske elever ligger stadig i top, hvad angår læsefærdigheder i Norden. Finske elever scorer i snit 524 point, hvilket er signifikant over OECD-gennemsnittet (se Figur 3.1). Som det ses i Figur 3.6, har finske elevers læsefærdigheder dog vist en faldende tendens siden 2006. Således er den gennemsnitlige score for finske elever reduceret med 12 point fra 2009, hvilket betyder en signifikant nedgang i læsefærdigheder siden 2009, hvor det finske gennemsnit lå på 536 point. Norske elever fastholder deres placering fra 2009 og ligger også i 2012 signifikant over det internationale gennemsnit. De scorer i snit 504 point, et niveau der er uændret fra 2009 (503 point).

Både svenske og islandske elever scorer i snit 483 point, hvilket er signifikant under OECD-gennemsnittet. Som det ses i Figur 3.6, har svenske elevers resultater vist en generelt faldende tendens siden 2000. Denne tendens er især markant fra 2009 til 2012, hvor svenske elever har reduceret deres gennemsnitlige score med 14 point (fra 497 point), hvilket medfører en placering under det internationale gennemsnit i modsætning til i 2009. Islandske elever viser en mere fluktuerende profil. De har haft en nedgang på 27 point fra 2009, hvor de lå over det internationale gennemsnit, mens de i 2012 ligger signifikant under OECD-gennemsnittet.

Figur 3.6 Udviklingstendenser i de nordiske lande 2000 til 2012. Den blå markering er konfidensintervallet for det danske 2000-resultat



### 3.5 Spredning i elevfærdigheder i Norden

Finland har stadig den laveste andel elever under niveau 2 (utilstrækkelige læsefærdigheder) i Norden (se Tabel 3.4), idet kun 11,2 % af de finske elever placerer sig under niveau 2. Danmark har den næstlaveste andel svage læsere i Norden, idet 14,6 % af eleverne i Danmark ligger under niveau 2. Herefter følger Norge med 16,2 %, og endelig følger Island og Sverige med henholdsvis 21 og 22,8 % elever under niveau 2. Sverige placerer sig ikke alene lavest blandt de nordiske lande (med Island). De har også den største andel svage læsere i Norden.

Tabel 3.4 Andel elever i Norden under niveau 2

Land	Andel elever under niveau 2
Finland	11,2
Danmark	14,6
Norge	16,2
Island	21,0
Sverige	22,8
<b>OECD-gennemsnit</b>	<b>18,0</b>

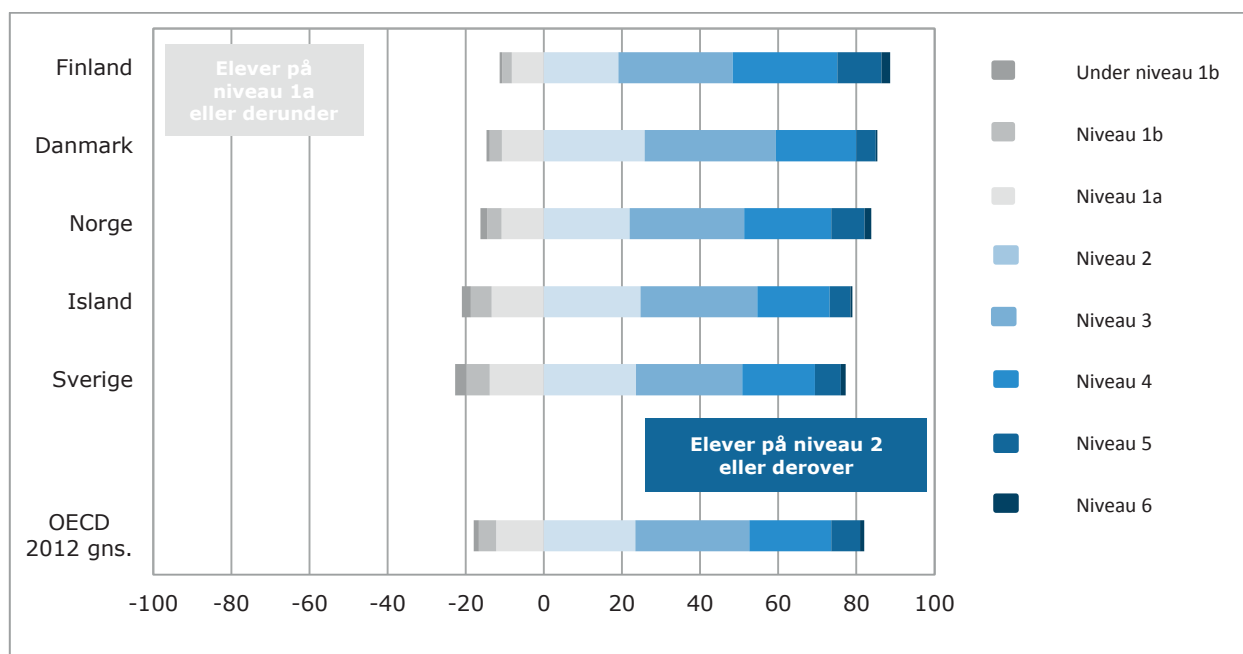
På trods af den faldende tendens har Finland stadig den højeste andel meget dygtige elever. 13,5 % af de finske elever ligger på niveau 5 eller 6 (se tabel 3.5). 10,2 % af norske elever er meget dygtige læsere, mens andelen af meget dygtige læsere i de øvrige nordiske lande er ganske beskedne. Sverige har 6,9 %, Island 5,8 % og Danmark som omtalt 5,5 % meget dygtige læsere.

Tabel 3.5 Andel elever i Norden på niveau 5 eller 6

Land	Andel elever på niveau 5 eller 6
Finland	13,5
Norge	10,2
Sverige	6,9
Island	5,8
Danmark	5,5
<b>OECD-gennemsnit</b>	<b>8,4</b>

Figur 3.7 viser fordelingen af elevfærdigheder på skalaens syv niveauer i de nordiske lande.

Figur 3.7 Andelen af elever i de nordiske lande på læseskalaens syv niveauer



Landene er placeret i faldende orden efter procentandelen af elever på Niveauerne 2 til 6.  
 Kilde: OECD, PISA 2012 databasen.

Det er en gennemgående tendens for de øvrige nordiske lande, at andelen af elever under niveau 2 er steget siden 2009 (se Tabel 3.6). Danmark har som det eneste land i Norden reduceret andelen af svage læsere (i 2009 havde vi således 15,2 % under niveau 2, mens vi i 2012 har 14,6 %). I Danmark og i Norge er andelen af rigtig gode læsere tillige steget, mens andelen af rigtig gode læsere i de øvrige nordiske lande er faldet siden 2009.

Opsummerende kan siges, at Danmark og Norge har formået at fastholde deres internationale placering, mens de øvrige nordiske lande i 2012 har indtaget en lavere placering på den internationale rangskala. Danmark har også som det eneste land i Norden reduceret andelen af svage læsere. Da Danmark tillige også har reduceret andelen af elever, der blev undtaget fra deltagelse i PISA fra 2009 til 2012, må det anses som positivt, at danske elever trods alt fastholder deres læseniveau.

Tabel 3.6 Andele af elever på læseskalaens syv niveauer i Norden i 2009 og 2012

Norden (efter samlet læsescore i 2012)		Under niv. 1b (%)	Niv. 1b (%)	Niv. 1a (%)	Under niv. 2 (%)	Niv. 2 (%)	Niv. 3 (%)	Niv. 4 (%)	Niv. 5 (%)	Niv. 6 (%)	Niv. 5 + 6 (%)
Finland (524)	2009	0,2	1,5	6,4	8,1	16,7	30,1	30,6	12,9	1,6	14,5
	2012	0,6	2,3	8,3	11,2	19,1	29,6	26,6	11,2	2,3	13,5
Norge (504)	2009	0,5	3,4	11,0	14,9	23,6	30,9	22,1	7,6	0,8	8,4
	2012	1,7	3,7	10,8	16,2	21,9	29,4	22,3	8,5	1,7	10,2
Danmark (496)	2009	0,4	3,1	11,7	15,2	26,0	33,1	20,9	4,4	0,3	4,7
	2012	0,8	3,1	10,7	14,6	25,8	33,6	20,5	5,1	0,4	5,5
Sverige (483)	2009	1,5	4,3	11,7	17,5	23,5	29,8	20,3	7,7	1,3	9,0
	2012	2,9	6,0	13,9	22,8	23,5	27,3	18,6	6,7	1,2	6,9
Island (483)	2009	1,1	4,2	11,5	16,8	22,2	30,6	21,9	7,5	1,0	8,5
	2012	2,3	5,4	13,3	21,0	24,7	29,9	18,6	5,2	0,6	5,8
OECD gns. (496)	2009	1,1	4,6	13,1	18,8	24,0	28,9	20,7	6,8	0,8	7,6
	2012	1,3	4,4	12,3	18,0	23,5	29,1	21,0	7,3	1,1	8,4

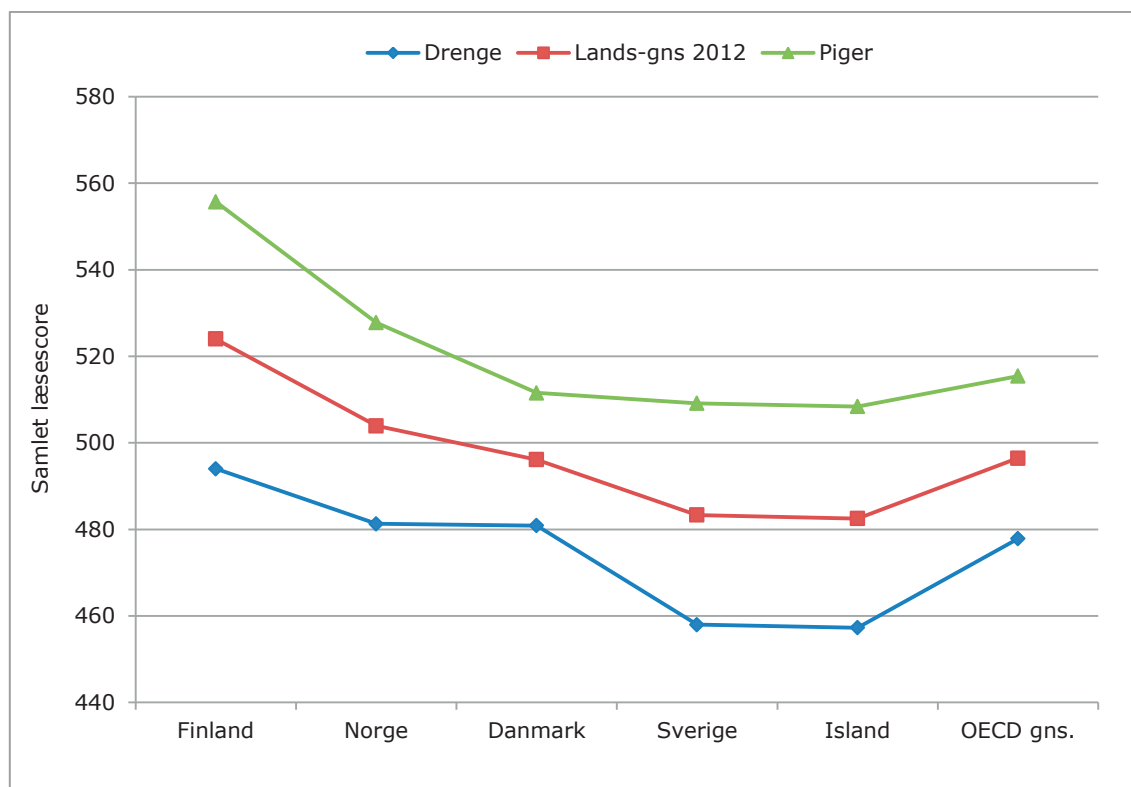
### 3.6 Kønsforskelle i læsefærdigheder i Norden

I Danmark er kønsforskellen i læsefærdigheder den laveste i Norden og signifikant under det internationale gennemsnit, mens det gælder for de øvrige nordiske lande, at kønsforskellene er signifikant større end OECD-gennemsnittet på 38 point. Finland ligger i top, hvad angår kønsforskelle, både i Norden og blandt de andre lande, der ligger over OECD-gennemsnittet i læsning. Finske piger scorer således i snit 62 point højere end finske drenge, hvilket er den 5. største kønsforskel i PISA 2012. Islandske og svenske piger scorer i snit 51 point højere end drenge i de to lande, mens Norge ligger i midten, hvad angår kønsforskelle i Norden. Forskellen mellem piger og drenge er i Norge 46 point i pigernes favør.

Den forholdsvis lave kønsforskel i Danmark skyldes som i de tidligere PISA-runder, at danske piger scorer relativt lavere i læsning i forhold til drengene end piger i de andre nordiske lande (se figur 3.8).



Figur 3.8 Læsescore drenge-piger. Kønsforskelle i Norden



### 3.7 Referencer

Arnbak, E., og Mejding, J. (2010). Læsning, tekstforståelse og læseundersøgelser. I: Egelund, N. (red.), *PISA 2009 – Danske unge i en international sammenligning, Bind 1 – Resultatrapport*, s. 15-81. København: Danmarks Pædagogiske Universitetsskole, Aarhus Universitet.

Arnbak, E., og Mejding, J. (2010). Læsning, tekstforståelse og læseundersøgelser. I: Egelund, N. (red.), *PISA 2009 – Danske unge i en international sammenligning, Bind 2 – Teknisk rapport*, s. 13-108. København: Danmarks Pædagogiske Universitetsskole, Aarhus Universitet.

# 4 Naturvidenskab

Af Helene Sørensen og Niels Bonderup Dohn

## 4.1 Indledning

Dette kapitel beskriver, hvordan PISA 2012 måler 15-årige elevers præstationer i naturvidenskab. Først præsenteres PISA *frameworket*, dvs. en beskrivelse af, hvad og hvordan der testes. Dernæst præsenteres de danske resultater i forhold til resultaterne fra de øvrige nordiske lande, hvor bl.a. forskelle mellem drenge og pigers præstationer diskuteres. Sammenligningen er relevant at foretage, da de nordiske lande i vid udstrækning har læseplaner, der ligner hinanden (Lavonen, Lie et al., 2009).

Naturvidenskab var et hovedområde i PISA-undersøgelsen fra 2006, men er et mindre domæne i PISA 2012. Det betyder, at elevernes naturvidenskabelige kompetencer er undersøgt blandt færre elever i 2012 end i 2006. Det indebærer også, at man kun har brugt et udsnit af det oprindelige og mere omfattende materiale fra 2006-undersøgelsen, hvilket kun giver mulighed for en opdatering på den samlede præstation – ikke en dybtgående analyse af viden og færdigheder som i PISA 2006-rapporten.

Det teoretiske *framework* er det samme som i 2006. Nedenfor beskrives dette *framework* i korthed. Hvis man ønsker en mere grundig beskrivelse, står den at finde i rapporten fra PISA 2006 eller i den tekniske rapport fra PISA 2009 (Andersen and Sørensen, 2007; Sørensen and Davidsson, 2010).

### 4.1.1 PISA's framework

Den videnskabelige komité for science i PISA udarbejdede det første *framework* i 2000 med henblik på at kunne undersøge elevers viden i og om naturvidenskab. Formålet var også at kunne sammenligne effektiviteten af forskellige landes uddannelsessystem og måle elevers niveauer af *scientific literacy* ved at evaluere deres evne til at bruge naturvidenskabelig viden. Dette *framework* er siden blevet justeret og forfinet. *Frameworket* for 2012 er beskrevet nedenfor, men det er grundlæggende det samme som i 2006 og 2009.

Et vigtigt udgangspunkt i PISA undersøgelserne er spørgsmålet: "Hvad er vigtigt for borgere at kunne, vurdere og gøre i situationer, som involverer naturvidenskab og teknik?" Spørgsmålet vedrører ikke kun faglig viden om naturvidenskabelige teorier og begreber, men også hvad unge mennesker skal være i stand til som voksne – fx at handle i forhold til en teknologisk dagligdag og at kunne deltage i beslutningsprocesser som borgere i et demokratisk samfund. Det at være i stand til at handle på baggrund af en naturvidenskabelig indsigt er i den internationale fagdidaktiske diskussion blevet kaldt *scientific literacy*, og der findes flere forskellige varianter af definitioner (American Association for the Advancement of Science, 1993; Bybee, 1997; DeBoer, 2000; Fensham, 2002). I PISA's *framework* defineres *scientific literacy* som en persons:

- naturvidenskabelige viden og brug af denne viden til at identificere spørgsmål
- evne til at tilegne sig ny viden, forklare naturvidenskabelige fænomener og drage evidensbaserede konklusioner om problemstillinger/emner, der er relateret til naturvidenskab
- forståelse af karakteristiske træk ved naturvidenskab som en form af menneskets viden og undersøgelsesmåder

- bevidsthed om, hvordan naturvidenskab og teknologi påvirker vores materielle, intellektuelle og kulturelle miljø
- villighed til at beskæftige sig med sagsforhold/emner relateret til naturvidenskab og med naturvidenskabelige begreber/forestillinger som en reflekterende samfundsborger.

PISA's *framework for scientific literacy* bygger på tre nøglekompetencer:

1. at identificere naturvidenskabelige spørgsmål
2. at forklare fænomener ud fra naturvidenskab
3. at bruge naturvidenskabelig evidens.

Disse kompetencer inkluderer, ifølge PISA, mere end blot at kunne genkalde sig information og naturvidenskabelige fakta. Det kræver både kundskaber i naturfænomener og teknologi, men det stiller også krav om viden om naturvidenskab. Det betyder, at elever skal kende til vigtige naturvidenskabelige begreber og tankegange, men også til naturvidenskabens gyldighedsområde. Også i international fagdidaktisk forskning beskrives betydningen af at kende til og forstå muligheder og begrænsninger med naturvidenskab og teknologi for at for eksempel kunne fatte beslutninger som borgere i samfundet (Bybee, 1997; Millar and Osborne, 1998; Fensham, 2002). Konteksten for opgaverne skal relatere til livssituationer, som involverer naturvidenskab og teknologi.

I PISA anvendes begrebet 'naturvidenskabelig viden' som fælles betegnelse for:

- naturvidenskabelig viden (knowledge of science)
- viden om naturvidenskab (knowledge about science).

Naturvidenskabelig viden henviser til viden inden for centrale områder af fysik, kemi, biologi, Jorden og universet samt teknologi baseret på naturvidenskab. Viden om naturvidenskab henviser til viden om naturvidenskabens metoder og naturvidenskabelige forklaringer. Halvdelen af opgaverne kategoriseres til naturvidenskabelig viden og den anden halvdel til viden om naturvidenskab.

Når det gælder konteksten for opgaverne præsenteres forskellige situationer, som kan relateres til almindelige hverdagsituationer. Der skelnes mellem tre kontekster:

- personlig
- social
- global.

For eksempel kan begreber inden for området elektricitet præsenteres i en personlig kontekst, fx principper for opsætning af apparater i hjemmet, eller fra et samfundsperspektiv, hvor man skal argumentere for og imod forskellige energikilder.

Endelig har hver opgave et fagligt indhold, som kan relateres til fire områder:

- fysiske systemer
- levende systemer
- Jordens og universets systemer
- tekniske systemer.

Figur 4.1 præsenterer eksempler på fagligt indhold i de forskellige systemer. Det faglige indhold kan også belyse viden om naturvidenskab og da fokusere på naturvidenskabelige undersøgelser eller på naturvidenskabelige forklaringer.

Figur 4.1 Oversigt over eksempler på fagligt indhold indenfor de fire systemer

Fysiske systemer	Levende systemer
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stofstruktur (fx partikelmodel, bindinger)</li> <li>• Stoffers egenskaber (fx ændringer af tilstandsform, varmeledningsevne og elektrisk ledningsevne)</li> <li>• Kemiske ændringer af stof (fx reaktioner, energioverførsel, syrer/baser)</li> <li>• Bevægelse og kraft (fx hastighed og gnidningsmodstand)</li> <li>• Energi og dens omdannelse (bevarelse, tab og kemisk reaktion)</li> <li>• Vekselvirkning mellem energi og stof (fx lys og radiobølger, lyd og seismiske bølger)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Celler (fx struktur og funktion, DNA, plante- og dyreceller)</li> <li>• Mennesker (fx sundhed, ernæring, delsystemer (fordøjelses-, respirations-, cirkulations-, og ekskretionssystemer samt deres indbyrdes forhold), sygdom og formering)</li> <li>• Populationer (fx arter, evolution, biodiversitet, genetisk variation)</li> <li>• Økosystemer (fx fødekæder, stofkredsløb og energistrøm)</li> <li>• Biosfæren (fx økosystemydelse som rent vand og træ, og bæredygtighed)</li> </ul>
Jordens og universets systemer	Tekniske systemer
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Jordens systemer (fx lithosfære, atmosfære, hydrosfære)</li> <li>• Energi i Jordens systemer (fx energikilder og det globale klima)</li> <li>• Forandringer i Jordens systemer (fx pladetektonik, geokemiske kredsløb, opbyggende og nedbrydende kræfter)</li> <li>• Jordens historie (fx fossiler, oprindelse og evolution)</li> <li>• Jordens plads i universet (fx tyngdekraft og solsystemer)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Betydningen af teknologi baseret på naturvidenskab (fx løsning af problemer, hjælpe mennesket med at opfylde behov og ønsker, planlægge og udføre undersøgelser)</li> <li>• Relationer mellem naturvidenskab og teknologi (fx teknologi bidrager til naturvidenskabelige fremskridt)</li> <li>• Begreber (fx optimering, afvejning, omkostninger, risici og fordele)</li> <li>• Vigtige principper (fx kriterier, begrænsninger, innovation (fornyelse), opfindelser og problemløsning)</li> </ul>

#### 4.1.2 Kort om hvordan opgaverne er konstrueret

I PISA 2012 er der 18 opgaver i naturfag. Hver opgave har en stimulus, dvs. en historie, som sætter rammen om de enkeltspørgsmål, som opgaven indeholder. Hvert spørgsmål kan kategoriseres til en af de tre nøglekompetencer: identificere naturvidenskabelige problemstillinger, forklare fænomener ud fra naturvidenskab og anvende naturvidenskabeligt bevismateriale.

Hvert spørgsmål kan beskrives ved hjælp af tre dimensioner (naturvidenskabelig viden, kontekst, fagligt indhold). Det betyder, at spørgsmålet har et fagligt indhold, som kan være 'levende systemer', og opgaven er beskrevet i en kontekst, som kan være personlig.

I PISA opereres der med fire forskellige svarformater:

- simpel multiple choice (32 %)
- kompleks multiple choice (34 %)
- kort formuleret svar (2 %)
- åbent formuleret svar (32 %).

Hvor multiple choice-opgaver indkodes automatisk, kræver vurderingen af besvarelserne af de åbne spørgsmål tolkning. I PISA gøres en stor indsats for at træne personer til tolkning og kodning af disse opgaver ud fra en omfattende kodevejledning, som er ens for alle deltagerlande.

## 4.2 Resultater

En måde at vurdere danske elevers præstationer på er at sammenligne Danmarks gennemsnitsværdi med de bedst præsterende lande, de nordiske lande og OECD-landenes gennemsnit.

Gennemsnitsværdien for PISA 2012-opgaverne blev defineret til 501 point. For at gøre det lettere at fortolke, hvad elevernes præstationer betyder, er skalaen inddelt i niveauer af færdigheder, der indikerer hvilke opgaver, elever på disse niveauer er i stand til at fuldføre. Danske elever præsterer i gennemsnit 498 point. Eftersom de samme opgaver har været brugt i 2006, 2009 og 2012, er det muligt at vurdere eventuelle præstationsændringer over tid. Der er ingen forskel på de danske resultater i 2006, 2009 og 2012.

Når det gælder de andre nordiske lande kan man se, at Sveriges elever præsterer i gennemsnit 485 point, Islands 478, Norges 495 og endelig Finlands 545. Finske elever præsterer signifikant bedre end elever i de andre nordiske lande, men finske elever præsterer signifikant dårligere i 2012, end de gjorde i 2009 og 2006 (figur 4.3).

De fem bedst præsterende lande er Shanghai-Kina, Hongkong-Kina, Singapore, Japan og Finland. Alle deltagende landes gennemsnitsværdier er præsenteret i Figur 4.2. I figuren er der fem lande (Østrig, Letland, Frankrig, Danmark og USA) der ikke adskiller sig signifikant fra OECD-gennemsnittet. De lande, hvor eleverne har 507 point eller højere i gennemsnit, præsterer signifikant bedre end OECD-gennemsnittet, og de, der har 496 point eller lavere, præsterer signifikant dårligere end OECD-gennemsnittet.

Figur 4.2 viser en oversigt over resultaterne for samtlige lande. Ud for hvert land er der en liste over lande, hvis gennemsnit ikke er statistisk signifikant forskelligt fra det valgte lands.

*Figur 4.2* oversigt over resultaterne for samtlige lande. Ud for hvert land er der en liste over lande, hvis gennemsnit ikke er statistisk signifikant forskelligt fra det valgte lands.

Gennemsnit	Lande	Lande hvis gennemsnitsscore ikke er statistisk forskellig fra det nævnte lands
580	Shanghai-Kina	
555	Hong Kong-Kina	Singapore Japan
551	Singapore	Hong Kong-Kina Japan
547	Japan	Hong Kong-Kina Singapore Finland Estland Korea
545	Finland	Japan Estland Korea
541	Estland	Japan Finland Korea
538	Korea	Japan Finland Estland Vietnam
528	Vietnam	Korea Polen Canada Liechtenstein Tyskland Taipei (Kina) Nederlandene Irland Australien Macao-Kina
526	Polen	Vietnam Canada Liechtenstein Tyskland Taipei (Kina) Nederlandene Irland Australien Macao-Kina
525	Canada	Vietnam Polen Liechtenstein Tyskland Taipei (Kina) Nederlandene Irland Australien
525	Liechtenstein	Vietnam Polen Canada Tyskland Taipei (Kina) Nederlandene Irland Australien Macao-Kina
524	Tyskland	Vietnam Polen Canada Liechtenstein Taipei (Kina) Nederlandene Irland Australien Macao-Kina
523	Taipei (Kina)	Vietnam Polen Canada Liechtenstein Tyskland Nederlandene Irland Australien Macao-Kina
522	Nederlandene	Vietnam Polen Canada Liechtenstein Tyskland Taipei (Kina) Irland Australien Macao-Kina New Zealand Schweiz Storbritannien
522	Irland	Vietnam Polen Canada Liechtenstein Tyskland Taipei (Kina) Nederlandene Australien Macao-Kina New Zealand Schweiz Storbritannien
521	Australien	Vietnam Polen Canada Liechtenstein Tyskland Taipei (Kina) Nederlandene Irland Macao-Kina Schweiz Storbritannien
521	Macao-Kina	Vietnam Polen Liechtenstein Tyskland Taipei (Kina) Nederlandene Irland Australien Schweiz Storbritannien
516	New Zealand	Nederlandene Irland Schweiz Slovenien Storbritannien

Gennemsnit	Land	Land	Land
Gennemsnit	Land	Land	
hvis gennemsnitsscore ikke er statistisk forskellig fra det nævnte lands			
515	Schweiz	Nederlandene	Irland Australien Macao-Kina New Zealand Slovenien Storbritannien Tjekkiet
514	Slovenien	New Zealand	Schweiz Storbritannien Tjekkiet
514	Storbritannien	Nederlandene	Irland Australien Macao-Kina New Zealand Schweiz Slovenien Tjekkiet Østrig
508	Tjekkiet	Schweiz	Slovenien Storbritannien Østrig Belgien Letland
506	Østrig	Storbritannien	Tjekkiet Belgien Letland Frankrig Danmark USA
505	Belgien	Tjekkiet	Østrig Letland Frankrig USA
502	Letland	Tjekkiet	Østrig Belgien Frankrig Danmark USA Spanien Litauen Norge Ungarn
499	Frankrig	Østrig	Belgien Letland Danmark USA Spanien Litauen Norge Ungarn Italien Kroatien
498	Danmark	Østrig	Letland Frankrig USA Spanien Litauen Norge Ungarn Italien Kroatien
497	USA	Østrig	Belgien Letland Frankrig Danmark Spanien Litauen Norge Ungarn Italien Kroatien Luxembourg Portugal
496	Spanien	Letland	Frankrig Danmark USA Litauen Norge Ungarn Italien Kroatien Portugal
496	Litauen	Letland	Frankrig Danmark USA Spanien Norge Ungarn Italien Kroatien Luxembourg Portugal
495	Norge	Letland	Frankrig Danmark USA Spanien Litauen Ungarn Italien Kroatien Luxembourg Portugal Rusland
494	Ungarn	Letland	Frankrig Danmark USA Spanien Litauen Norge Italien Kroatien Luxembourg Portugal Rusland
494	Italien	Frankrig	Danmark USA Spanien Litauen Norge Ungarn Kroatien Luxembourg Portugal
491	Kroatien	Frankrig	Danmark USA Spanien Litauen Norge Ungarn Italien Luxembourg Portugal Rusland Sverige
491	Luxembourg	USA	Litauen Norge Ungarn Italien Kroatien Portugal Rusland
489	Portugal	USA	Spanien Litauen Norge Ungarn Italien Kroatien Luxembourg Rusland Sverige
486	Rusland	Norge	Ungarn Kroatien Luxembourg Portugal Sverige
485	Sverige	Kroatien	Portugal Rusland Island
478	Island	Sverige	Slovakiet Israel
471	Slovakiet	Island	Israel Grækenland Tyrkiet
470	Israel	Island	Slovakiet Grækenland Tyrkiet
467	Grækenland	Slovakiet	Israel Tyrkiet
463	Tyrkiet	Slovakiet	Israel Grækenland
448	Forenede Arabiske Emirater (UAE)	Bulgarien	Chile Serbien Thailand
446	Bulgarien	Forenede Arabiske Emirater (UAE)	Chile Serbien Thailand Rumænien Cypern
445	Chile	Forenede Arabiske Emirater (UAE)	Bulgarien Serbien Thailand Rumænien
445	Serbien	Forenede Arabiske Emirater (UAE)	Bulgarien Chile Thailand Rumænien
444	Thailand	Forenede Arabiske Emirater (UAE)	Bulgarien Chile Serbien Rumænien
439	Rumænien	Bulgarien	Chile Serbien Thailand Cypern
438	Cypern	Bulgarien	Rumænien
429	Costa Rica	Kazakstan	
425	Kazakstan	Costa Rica	Malaysia
420	Malaysia	Kazakstan	Uruguay Mexico
416	Uruguay	Malaysia	Mexico Montenegro Jordan
415	Mexico	Malaysia	Uruguay Jordan
410	Montenegro	Uruguay	Jordan Argentina
409	Jordan	Uruguay	Mexico Montenegro Argentina Brasilien
406	Argentina	Montenegro	Jordan Brasilien Colombia Tunesien Albanien
405	Brasilien	Jordan	Argentina Colombia Tunesien
399	Colombia	Argentina	Brasilien Tunesien Albanien
398	Tunesien	Argentina	Brasilien Colombia Albanien
397	Albanien	Argentina	Colombia Tunesien
384	Qatar	Indonesien	
382	Indonesien	Qatar	Peru
373	Peru	Indonesien	


Statistisk signifikant over OECD-gennemsnittet

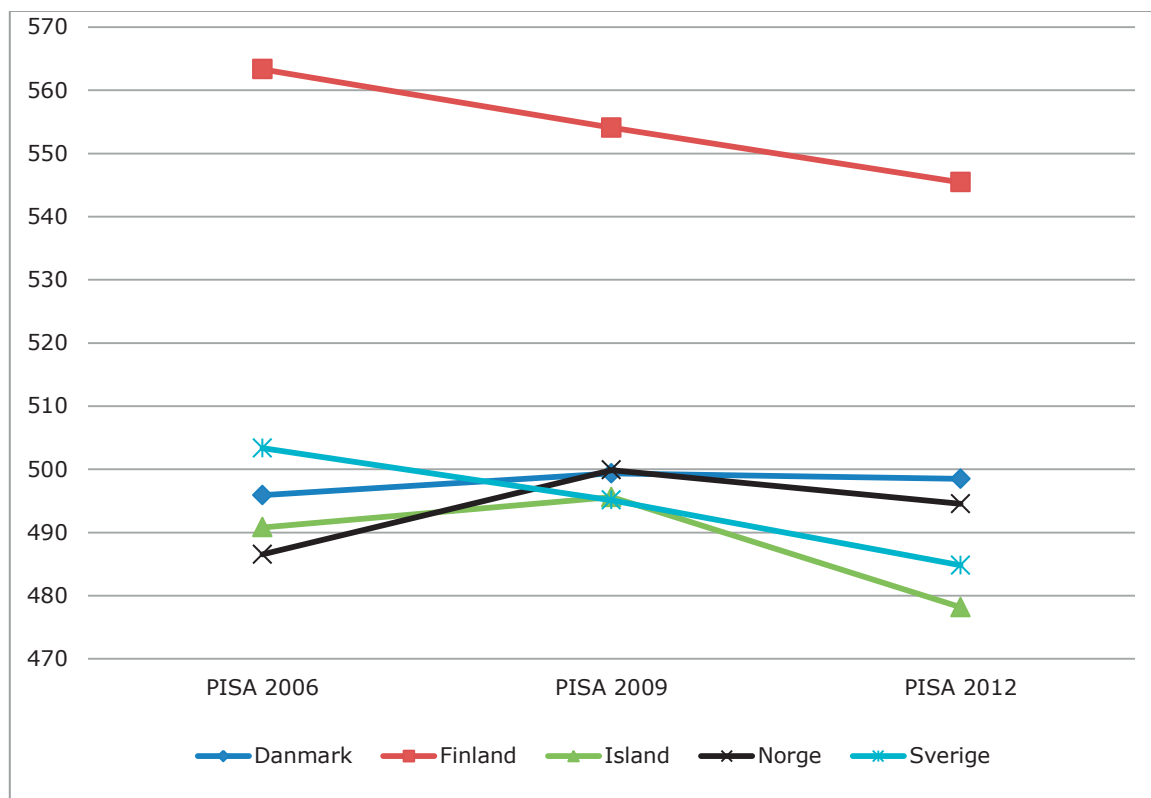
Ikke statistisk signifikant forskelligt fra OECD-gennemsnittet

Statistisk signifikant under OECD-gennemsnittet

Kilde: OECD PISA 2012 database.

Figur 4.3 viser gennemsnitsværdien i naturvidenskab for de nordiske lande for 2006, 2009 og 2012. Det er interessant at se, at de nordiske lande – med undtagelse af Finland – har samme niveau i præstation i naturvidenskab og er på niveau med OECD-gennemsnittet.

Figur 4.3 *Udviklingen i de nordiske landes gennemsnitsværdier over tid. Gennemsnitsscore 2006, 2009 og 2012*



Nedenfor ses de samme resultater i tabelform. Værdierne i den venstre søjle, som er angivet med fed skrift, indikerer signifikant forskel mellem PISA 2012 og 2006. Heraf fremgår det, at svenske, finske og islandske elever præsterer signifikant dårligere end de gjorde i 2006.

Data til Figur 4.3:

	<b>PISA 2006</b>	<b>PISA 2009</b>	<b>PISA 2012</b>	<b>Change between 2006 and 2012 (PISA 2012 - PISA 2006)</b>	
	Mean score	Mean score	Mean score	Score dif.	S.E.
Finland	<b>563</b>	554	545	<b>-18</b>	(3,5)
Sverige	<b>503</b>	495	485	<b>-19</b>	(4,3)
Danmark	496	499	498	3	(4,5)
Island	<b>491</b>	496	478	<b>-13</b>	(3,3)
Norge	487	500	495	8	(4,8)
OECD gennemsnit 2003/6	498	501	501	<b>3</b>	(0,8)

PISA-frameworket har defineret seks præstationsniveauer, som beskriver de naturvidenskabelige kompetencer, en elev skal kunne anvende for hvert niveau. Disse kompetencer spænder fra at forbinde naturvidenskabelige begreber og informationer (som er

det laveste niveau for *scientific literacy* svarende til niveau 2) til forståelse af mere komplekse videnskabelige begreber og processer (svarende til niveau 5 og 6). Niveauerne kan kort beskrives således:

Tabel 4.1 PISA-frameworkets seks præstationsniveauer

Niveau	Laveste værdi	Hvad elever på pågældende niveau typisk er i stand til
6	708 point	På niveau 6 kan eleverne identificere, forklare og anvende naturvidenskabelig viden og viden om naturvidenskab i en række komplekse livssituationer
5	633 point	På niveau 5 kan eleverne identificere de naturvidenskabelige elementer i mange komplekse livssituationer og anvende videnskabelige begreber og viden om naturvidenskab i disse situationer
4	559 point	På niveau 4 kan eleverne udvælge og anvende naturvidenskabelige forklaringer i forskellige livssituationer
3	484 point	På niveau 3 kan eleverne identificere enkle naturvidenskabelige problemstillinger i en række sammenhænge, udvælge fakta og naturvidenskabelig viden til at forklare fænomener og anvende simple modeller
2	409 point	På niveau 2 har eleverne tilstrækkelig naturvidenskabelig viden til at fortolke resultater af naturvidenskabelige undersøgelser og give mulige forklaringer i velkendte livssituationer
1	335 point	På niveau 1 har eleverne så begrænset naturvidenskabelig viden, at de kun kan anvende den i få, velkendte situationer

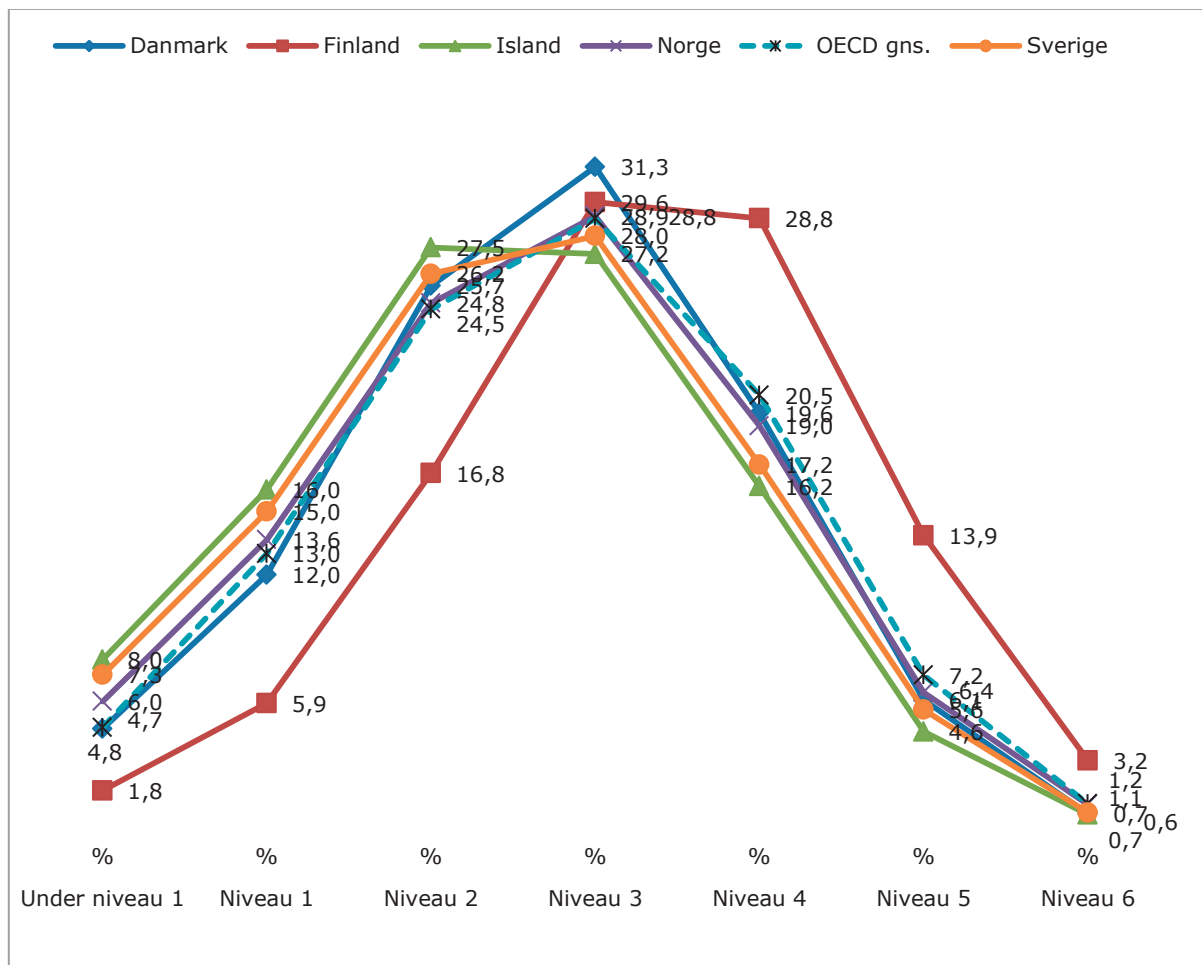
PISA skelner mellem højt præsterende elever og lavt præsterende elever. PISA definerer højt præsterende elever som dem, der scorer over 633,33 point, svarende til niveau 5 eller over. Lavt præsterende elever scorer under 409,54 point. Lavt præsterende elever antages at have en så begrænset viden om naturvidenskab, at de vil have svært ved at følge en samfundsdebat med naturvidenskabeligt indhold.

I PISA 2012 scorer 4,7 % af de danske elever under niveau 1; 12,0 % opnår niveau 1; 25,7 % niveau 2; 31,3 % niveau 3; 19,6 % niveau 4; 6,1 % niveau 5, og endelig opnår 0,7 % niveau 6. Ifølge PISA's definition kan 13,8 % af de danske elever karakteriseres som lavt præsterende, mens kun 5,3 % kan betegnes som højt præsterende.

I Figur 4.4 illustreres hvor mange procent af eleverne i de nordiske lande, der opnår de forskellige præstationsniveauer.



Figur 4.4 Diagram over hvor mange af eleverne i de nordiske lande, der opnår præstationsniveau 1 til 6



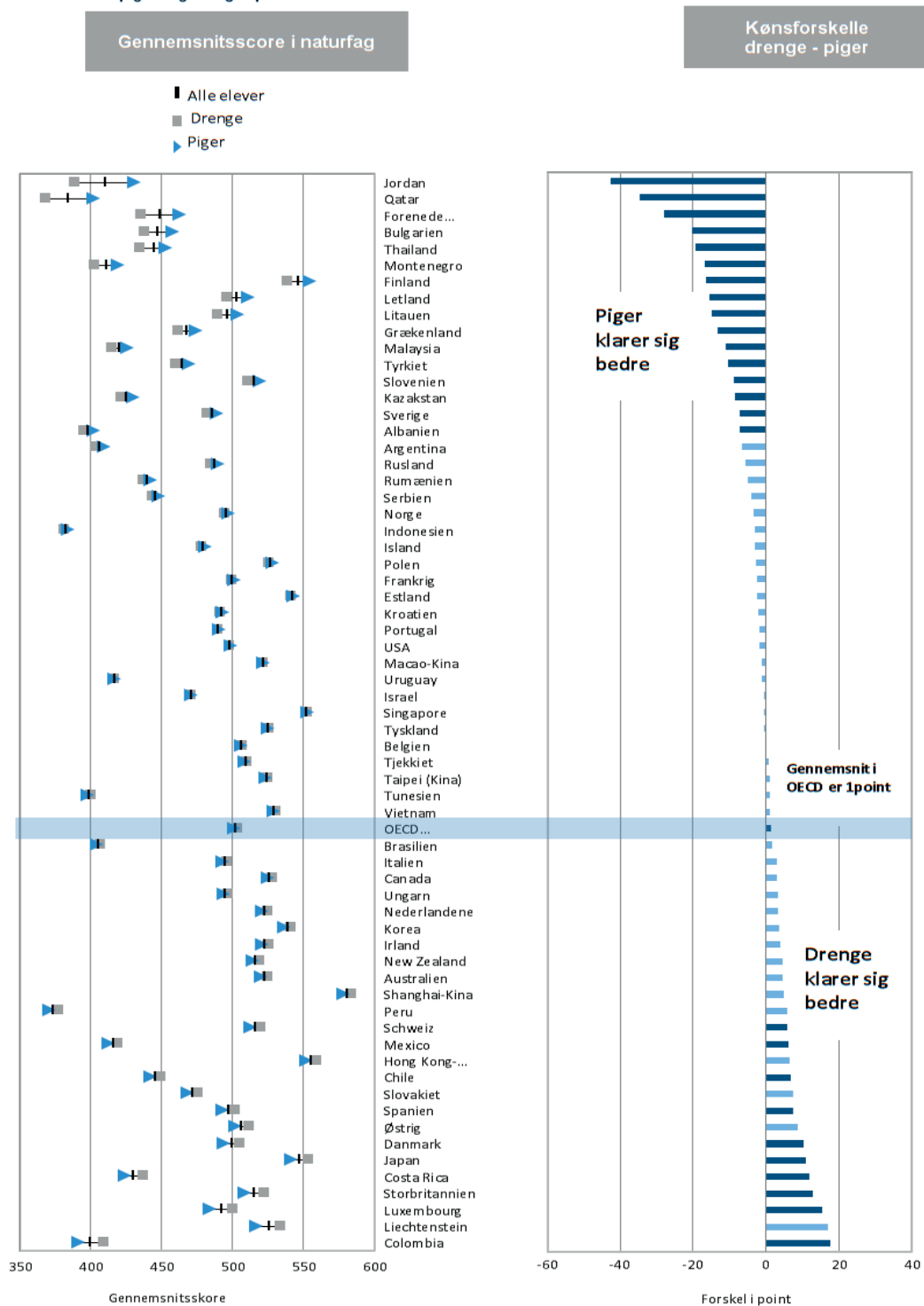
Som man kan se i Figur 4.4, så adskiller Finland sig fra de øvrige nordiske lande. I Finland er der forholdsvis færre elever, som ligger under niveau 2, samtidig med at der er flere, som opnår niveau 5 og 6.

#### 4.2.1 Kønsforskelle i præstationer

Danske drenge klarer sig signifikant bedre end pigerne i PISA. Forskellen mellem piger og drenges præstationer er dog generelt lille sammenlignet med den store kønsskævhed i læsning og matematik indenfor OECD-landene (Figur 4.5).

Figur 4.5 Forskellen i gennemsnitsscore for piger og drenge i alle de deltagende lande. I figuren nedenunder er forskellen i scoren tydeliggjort.

Kønsforskelle i pigers og drenges præstationer



Statistisk signifikante kønsforskelle er vist med en mørkere farve

Landene er ordnet efter faldende forskel (dreng-piger).

Kilde: OECD, PISA 2012 database, Table I.5.3a.

Data til Figur 4.5:

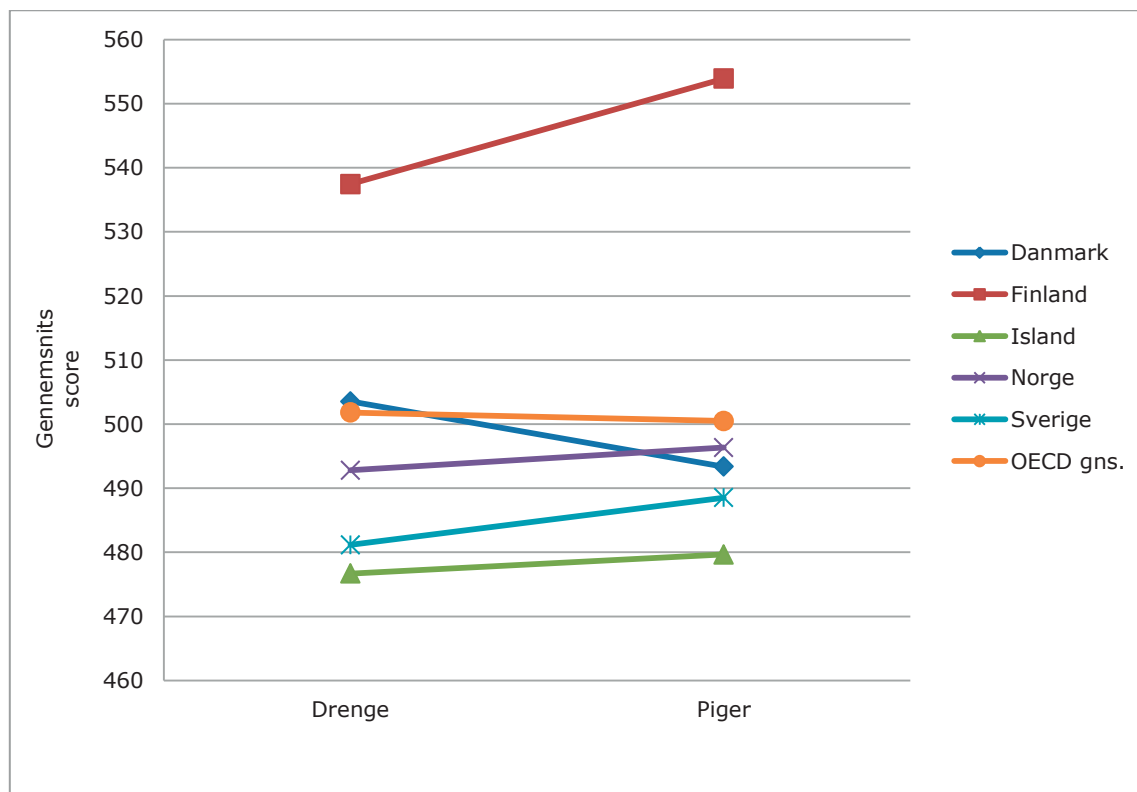
	Niveau under 1		Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Niveau 5		Niveau 6	
	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
Drenge	5,0	(0,8)	11,3	(0,9)	23,5	(1,1)	31,2	(1,3)	20,9	(1,1)	7,2	(0,8)	1,0	(0,3)
Piger	4,4	(0,5)	12,3	(0,9)	28,1	(1,0)	31,5	(1,3)	18,1	(1,1)	5,1	(0,8)	0,4	(0,2)

Figur 4.6 viser danske drenge og pigers præstationer fordelt på de seks kompetenceniveauer. Beregninger viser, at der ikke er forskel på køn blandt lavt præsterende elever. Andelen af piger og drenge, der scorer under niveau 2, er med andre ord ens. Til gengæld er der færre piger, der tilhører gruppen af højt præsterende elever. Her scorer 8,8 % af drengene over 633,33 point mod 5,5 % af pigerne.

I PISA-opgaverne forsøger man at undgå kønsbias. Opgaver, som det ene køn har haft lettere ved at svare på end det andet køn, er blevet fjernet inden de internationale test. Set over alle lande og i OECD findes ingen forskel mellem piger og drenges præstationer, men i 17 af alle deltagende lande klarer piger naturvidenskabsopgaverne signifikant bedre end drenge. I 11 lande klarer drenge opgaverne signifikant bedre end piger.

I Finland og Sverige er pigernes præstationer signifikant bedre end drengenes. I Norge er der ingen forskel mellem kønnene. Danmark er det eneste land i Norden, hvor drenge har en højere score end piger i naturvidenskab.

Figur 4.6 Kønsforskelle i gennemsnitsscore for drenge og piger i de nordiske lande. Der er tegnet forbindelseslinjer mellem tallene for de to køn for overskuelighedens skyld.



Når man sammenligner danske og svenske elever, som gennemsnitligt præsterer ens, kan det synes overraskende, at drenge præsterer bedre end piger i Danmark, mens det modsatte gør sig gældende i Sverige.

Den danske kønsforskel i PISA-undersøgelsen kan imidlertid ikke genfindes i prøveresultaterne i folkeskolens afgangsprøve i 2012. Her klarede piger sig bedre end drenge i både fysik/kemi og naturfag. Afgangsprøven i fysik/kemi er en praktisk/mundtlig prøve, hvor piger traditionelt klarer sig bedre end drenge. PISA tester nogle generelle kompetencer i naturfag, mens folkeskolens afgangsprøve tester elevernes udbytte af undervisningen.

En antagelse kunne være, at der i selve PISA-testen eller testsituationen er forhold, som specielt i Danmark diskriminerer mellem piger og drenge – fx at piger i højere grad undlader at svare på spørgsmål, som de er fagligt usikre overfor (Sørensen and Davidsson, 2010).

Kønsforskellen i naturfagspræstationerne er for Danmarks vedkommende stor i sammenligning med de fleste andre lande i undersøgelsen. I alle årene har danske drenge præsteret bedre end danske piger. Til sammenligning er de svenske resultater signifikante i pigers favør i 2012, mens der i 2009 ikke var nogen forskel.

Selv om der ikke på baggrund af PISA undersøgelsen kan gives årsagsforklaringer, er der tegn på, at der i naturfagsundervisningen i Danmark ikke arbejdes godt nok med evaluering i naturfagsundervisning, og at danske piger i højere grad end danske drenge springer over opgaver i modsætning til, hvad der var tilfældet for de øvrige nordiske lande (Sørensen and Davidsson 2010). En forklaring på kønsforskellene kan kun findes gennem supplerende undersøgelser af naturfagsundervisning og af evalueringskulturen i naturfagene.

### 4.3 Sammenfatning og perspektivering

Dette kapitel har fokuseret på resultaterne af de danske elevers præstationer i naturvidenskab i PISA-undersøgelsen i 2012. Analyserne har prioriteret at sammenligne de danske elevers resultater med resultaterne fra de andre nordiske lande. Desuden er der set på resultaterne i forhold til præstationer i tidligere PISA-undersøgelser.

Desværre viser det sig også i denne omgang, at kønsforskellen er stor i forhold til de øvrige nordiske lande, idet drengene præsterer 10 point bedre end pigerne. PISA-undersøgelsen kan ikke give årsagsforklaringer på resultaterne, så her ligger et felt for yderligere forskning. Uddybende analyser af PISA-data og kompletterende dataindsamlinger ville kunne sætte fokus på forklaringer på for eksempel kønsforskelle og hvilke kompetencer, kontekster og vidensområder, de danske elever ifølge indikationerne i PISA-undersøgelsen håndterer mere eller mindre godt.

### 4.4 Referencer

American Association for the Advancement of Science (1993). Benchmarks for science literacy. Washington DC, AAAS.

Andersen, A. M. and H. Sørensen (2007). Naturvidenskabelige kompetencer - en profil over elevpræstationer. I: Egelund, N., *PISA 2007*. København, Danmarks Pædagogiske Universitetsskole.

Bybee, R. W. (1997). Towards an understanding of scientific literacy. I: Gräber, W., & Bolte, C., *Scientific Literacy: An International Symposium*. Kiel, Institute for Science Education at the University of Kiel (IPN).

DeBoer, G. E. (2000). "Scientific literacy: Another Look at its Historical and Contemporary Meanings and Its Relationship to Science Education Reform." *Journal of Research in Science Education* **37**(6): 582-601.

Fensham, P. J. (2002). "Time to Change Drivers for Scientific Literacy". *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* **2** (Januar ): 9-24.

Lavonen, J., Lie, S. et al. (2009). Science education, the science curriculum and PISA 2006. I: Matti, T., *Nothern Light on PISA 2006 - differences and similarities in the Nordic countries*. Copenhagen, Nordic Council: 31 - 58.

Millar, R. and J. Osborne, Eds. (1998). *Beyond 2000*, Nuffield Foundation.

Sørensen, H. and E. Davidsson (2010). Naturvidenskab. I: Egelund, N., *PISA 2009, danske unge i international sammenhæng, Teknisk rapport*. København, Danmarks Pædagogiske Universitetsskole, Aarhus Universitet. **2**.

Sørensen, H. and E. Davidsson (2010). Naturvidenskab. I: Egelund, N., *PISA 2009: Danske unge i en international sammenligning. Resultatrapport*. Frederikshavn, Dafolo. **1**: 105-123.

# 5 Sammenhæng mellem elevernes matematikfærdigheder, deres hjemmebaggrund og skoleforløb

*Af Vibeke Tornhøj Christensen og Eskild Klausen Fredslund*

## 5.1 Indledning

I tillæg til målinger af elevernes færdigheder i matematik, læsning og naturfag stilles eleverne en række spørgsmål om deres baggrund, holdninger, tilgang til læring samt oplevelser af undervisningen, læring og skolemiljøet. Skolelederne stilles ligeledes en række spørgsmål om deres skoler samt lærings- og skolemiljø. I dette kapitel vil der blive set nærmere på en række af disse spørgsmål og deres statistiske sammenhæng med elevernes matematikfærdigheder. Sådanne analyser kan medvirke til en bedre forståelse af den spredning, vi observerer for elevernes matematikfærdigheder. Analyserne i dette kapitel begrænser sig til matematik, da dette er hoveddomæne i PISA 2012.

En række af de spørgsmål, der bliver stillet elever og skoleledere i 2012-undersøgelsen, er også blevet stillet i tidligere runder af PISA-undersøgelsen. Der vil derfor, når det er relevant, blive foretaget sammenligninger med resultater og besvarelser for tidligere år af PISA-undersøgelserne. Det er således muligt at analysere på ændringer i relationen mellem elevernes færdigheder og baggrundsoplysninger, oplevelser og holdninger over årene. Da matematik er hoveddomænet i 2012, vil disse sammenligninger hovedsageligt blive foretaget i forhold til resultater og besvarelser for PISA 2003, hvor matematik senest var hoveddomæne. Der vil ydermere blive foretaget visse sammenligninger forskellige lande imellem i kapitlet. Her vil der hovedsageligt blive set på forskelle og ligheder de nordiske lande imellem. Der vil dog også blive foretaget sammenligninger med de tre østasiatiske lande Shanghai-Kina, Singapore og Hong Kong, da eleverne i disse tre lande opnår de højeste gennemsnitlige scorer i matematik i 2012. Endelig inddrages enkelte andre vestelige lande i udvalgte analyser for bedre at kunne relatere de danske resultater til resultater andre steder i verden.

Der skal gøres opmærksom på, at de i kapitlet viste statistiske analyser dækker over beskrivende analyser over sammenhænge mellem de forskellige inddragne faktorer. Der foretages således ikke analyser over kausale sammenhænge eller årsagssammenhænge. Kapitlet er struktureret på følgende måde og fordelt på seks forskellige afsnit:

- I det første afsnit ses på sammenhænge mellem elevernes matematikfærdigheder, udviklingen i matematikfærdigheder og forskellige mål for elevernes hjemmebaggrund og socioøkonomiske status.
- I det andet afsnit ses på forskelle i elevsammensætningen skolerne imellem. Det undersøges, hvilken betydning den samlede elevstands socioøkonomiske baggrund har i forhold til elevernes egen socioøkonomiske baggrund i forhold til elevernes matematikfærdigheder.
- Dernæst ses på de elever, der har særlige vanskeligheder ved matematik og har modtaget ekstra støtte eller specialundervisning. Der analyseres på deres matematikresultater, og om de adskiller sig fra andre elever i forhold til hjemmebaggrund, holdninger til matematik, skolen og deres lærere.

- I det fjerde afsnit fokuseres på elevernes indlærings- og skolemiljø. Der ses på frekvens for udeblivelse fra undervisning og at møde for sent i skole, det disciplinære miljø i klasserne, lærer-elev-relationen og elevernes oplevelse af lærerens forventninger til, udfordring af og ambitioner på deres vegne samt på forskellige lærerfaktorer som rapporteret af skolelederne.
- Femte afsnit behandler lærernes brug af forskellige undervisningsstrategier som rapporteret af eleverne.
- Sluttelig ses på brugen af eleverevalueringer på skolerne.

## 5.2 Matematikfærdigheder og socioøkonomisk status

At elevernes socioøkonomiske baggrund hænger sammen med de opnåede færdighedsresultater er velkendt. Hjemmebaggrund og socioøkonomi betyder noget for elevernes forudsætninger for at tilegne sig færdigheder og den måde, de møder skolen på. Der er forskelle i familiernes muligheder for at støtte deres børn i uddannelsesmæssige sammenhænge, og ressourcestærke forældre er ofte bedre i stand til at give deres børn støtte og erfaringer, som gør dem undervisningsparate og understøtter deres motivering for læring. I PISA-undersøgelserne indsamles derfor en række oplysninger om faktorer angående eleverne og deres baggrund. Ved at analysere på og inddrage disse faktorer, som relaterer sig til eleverne og deres hjemmebaggrund, er det muligt bedre at isolere de forskelle i resultater, som kan tilskrives skole- og undervisningsrelaterede forhold, fra faktorer, der relaterer sig til den enkelte elevs ressourcemæssige baggrund.

I dette afsnit kan man læse om følgende resultater

- Udviklingen i matematikfærdigheder over tid med inddragelse af social baggrund
- Matematikfærdigheder og elevens socioøkonomiske karakteristika
- Variation i matematikfærdigheder forklaret ved elevens socioøkonomiske baggrund
- Matematikfærdigheder og etnicitet samt sprog talt i hjemmet.

### 5.2.1 Udvikling i matematikscoren over tid i relation til socioøkonomiske faktorer

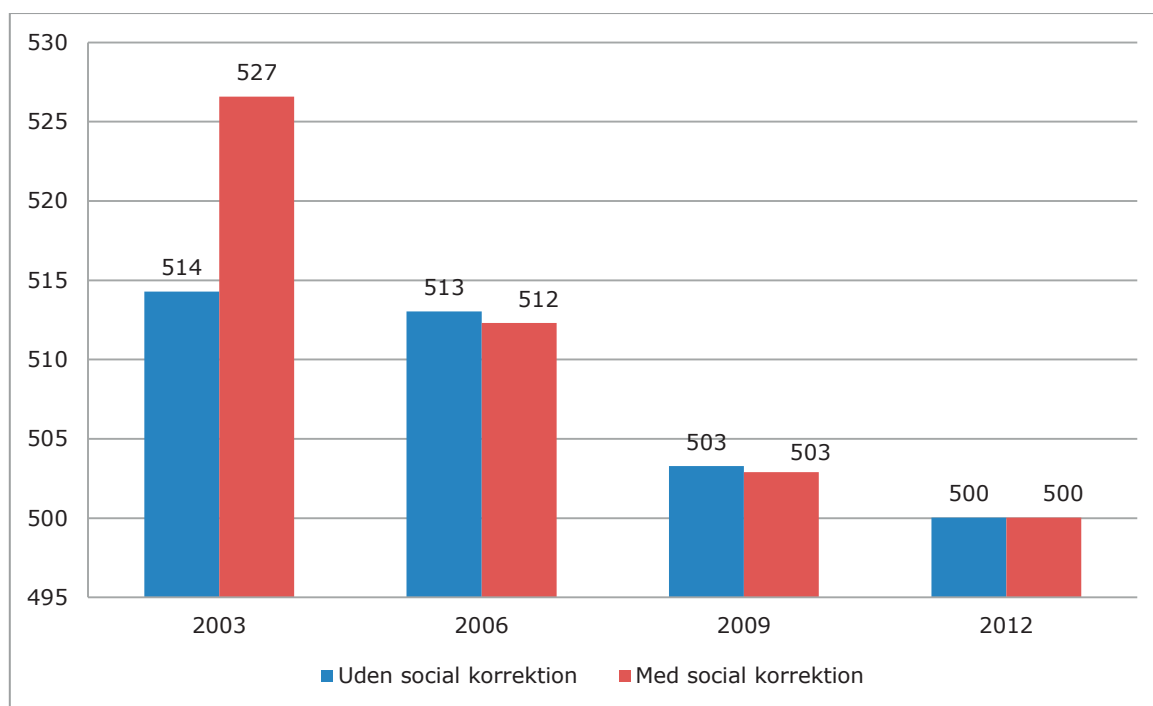
*Figur 5.1* viser udviklingen i matematikscorer for danske elever i årene 2003, 2006, 2009 og 2012. Figurens blå søjler viser den ukorrigerede udvikling i matematikscorerne siden 2003, mens figurens mintgrønne søjler viser udviklingen i matematikscoren korrigeret for forskellige socioøkonomiske forhold. Den korrigerede udvikling afspejler udviklingen, som den ville have set ud, hvis den gennemsnitlige alder, den socioøkonomiske status, kønsfordelingen, andelen med indvandringsbaggrund samt sprog talt i hjemmet også i de foregående år havde været som i 2012.

Det ses af figuren, at matematikscoren for de danske elever har været faldende siden 2003, specielt imellem 2006 og 2009 ses et større fald på 10 point, hvilket også er den eneste periode, hvor faldet er statistisk signifikant.

Hvis man ser på de korrigerede tal er udviklingen mere markant. Her er der sket et fald i matematikscoren på 27 point over hele perioden. Der er dog stadig ingen statistisk signifikant forskel på scoren i 2009 og 2012. At der ses en forskel mellem de ukorrigerede tal og de

korrigerede tal kan forklares ved en forskellig socioøkonomisk sammensætning af eleverne i 2012 sammenholdt med tidligere. At eleverne i 2003 ville have klaret sig gennemsnitligt 13 point bedre, havde deres socioøkonomiske baggrund set ud som elevernes i 2012, viser således, at de socioøkonomiske forhold er blevet bedre mellem de to år. Da elever med en svagere socioøkonomisk baggrund generelt klarer sig dårligere i matematik end elever med en stærkere socioøkonomisk baggrund (som det vil blive påvist senere i dette kapitel), bliver resultatet på 514 point i 2003 "trukket ned" på baggrund af de relativt flere socioøkonomisk svage elever i dette år sammenlignet med 2012. Når vi tager højde for dette ved at korrigere tallene, viser det sig således, den gennemsnitlige elev i 2003 ville have klaret sig bedre, havde denne haft samme socioøkonomiske forhold som eleverne i 2012 i forhold til de udvalgte baggrunds faktorer.

Figur 5.1 *Udviklingen i matematikscorer for danske elever – uden og med social korrektion (y-akse: matematikscore)*



Kilde: OECD (2013), Tabel I.2.3b og Tabel I.2.4. De korrigerede tal afspejler den historiske score, antaget at socioøkonomisk status, kønsfordeling, andelen med indvandringsbaggrund samt sprog talt i hjemmet i 2003, 2006 og 2009 var som i 2012.

*Tabel 5.1* sammenligner den ukorrigerede og den korrigerede udvikling i matematikscoren for de nordiske lande. Danske elever har oplevet et fald i matematikscore siden 2003 på 14 point. Dette overgås dog af Sverige, Finland og Island med fald på hhv. 31, 26 og 28 point. Norge har haft et mindre ikke-signifikant fald.

Hvis vi ser på de korrigerede værdier, ændrer billedet sig en smule. Her overgås det danske fald på 27 point kun af Sverige og Finland med fald på hhv. 35 og 33 point. Når der justeres for de specifikke socioøkonomiske faktorer, ender Norge også med et signifikant fald i perioden. Mens faldet for de danske elever bliver større, når der foretages korrektion for sociale baggrundsforhold, ses der for de islandske elever et mindre fald i scoren ved social korrektion.



Dette viser, at de islandske eleveres socioøkonomiske forhold har forværret sig mellem 2003 og 2012 modsat tendensen i de øvrige nordiske lande.

Tabel 5.1 Udvikling i matematikscore i årene 2003-2012. Uden social korrektion og med social korrektion

	Social korrektion	PISA 2003		PISA 2006		PISA 2009		PISA 2012		Ændring imellem 2003 og 2012 (PISA 2012 - PISA 2003)		Gennemsnitlig årlig ændring i matematik score	
		Gns. score	S.E.	Gns. score	S.E.	Gns. score	S.E.	Gns. score	S.E.	Score dif.	S.E.	Årlig ændr.	S.E.
Danmark	Uden	514	(2,7)	513	(2,6)	503	(2,6)	500	(2,3)	<b>-14</b>	(3,8)	<b>-2</b>	(0,4)
	Med	527	(2,0)	512	(2,1)	503	(2,3)	500	(1,7)	<b>-26,5</b>	(2,6)	<b>-2,8</b>	(0,3)
Norge	Uden	495	(2,4)	490	(2,6)	498	(2,4)	489	(2,7)	-6	(3,9)	0	(0,4)
	Med	503	(2,1)	492	(2,4)	494	(2,3)	489	(2,5)	<b>-14,1</b>	(3,4)	<b>-1,3</b>	(0,4)
Sverige	Uden	509	(2,6)	502	(2,4)	494	(2,9)	478	(2,3)	<b>-31</b>	(3,7)	<b>-3</b>	(0,4)
	Med	513	(2,0)	501	(2,3)	488	(2,3)	478	(2,0)	<b>-35,1</b>	(2,8)	<b>-4,0</b>	(0,3)
Finland	Uden	544	(1,9)	548	(2,3)	541	(2,2)	519	(1,9)	<b>-26</b>	(3,0)	<b>-3</b>	(0,3)
	Med	552	(1,7)	553	(2,1)	539	(2,1)	519	(1,7)	<b>-33,0</b>	(2,5)	<b>-3,8</b>	(0,3)
Island	Uden	521	(1,4)	510	(1,9)	508	(1,4)	493	(1,7)	<b>-27,9</b>	(2,2)	<b>-2,9</b>	(0,2)
	Med	515	(1,4)	506	(1,8)	507	(1,4)	493	(1,7)	<b>-22</b>	(2,6)	<b>-2</b>	(0,2)

Kilde: OECD (2013), Tabel I.2.3b og Tabel I.2.4. Justerede tal afspejler den historiske score, antaget at socioøkonomisk status, kønsfordeling, andelen med indvandringsbaggrund samt sprog talt i hjemmet var som i 2012. Statistisk signifikante forskelle er indikeret med fed.

## 5.2.2 Matematikfærdigheder og forskellige socioøkonomiske faktorer

Indledningsvis i dette kapitel skrev vi, at elever fra ressourcestærke hjem klarer sig bedre end elever fra mere ressourcetsvage hjem. I dette afsnit vil vi se nærmere på denne sammenhæng.

### Forældrenes uddannelsesniveau

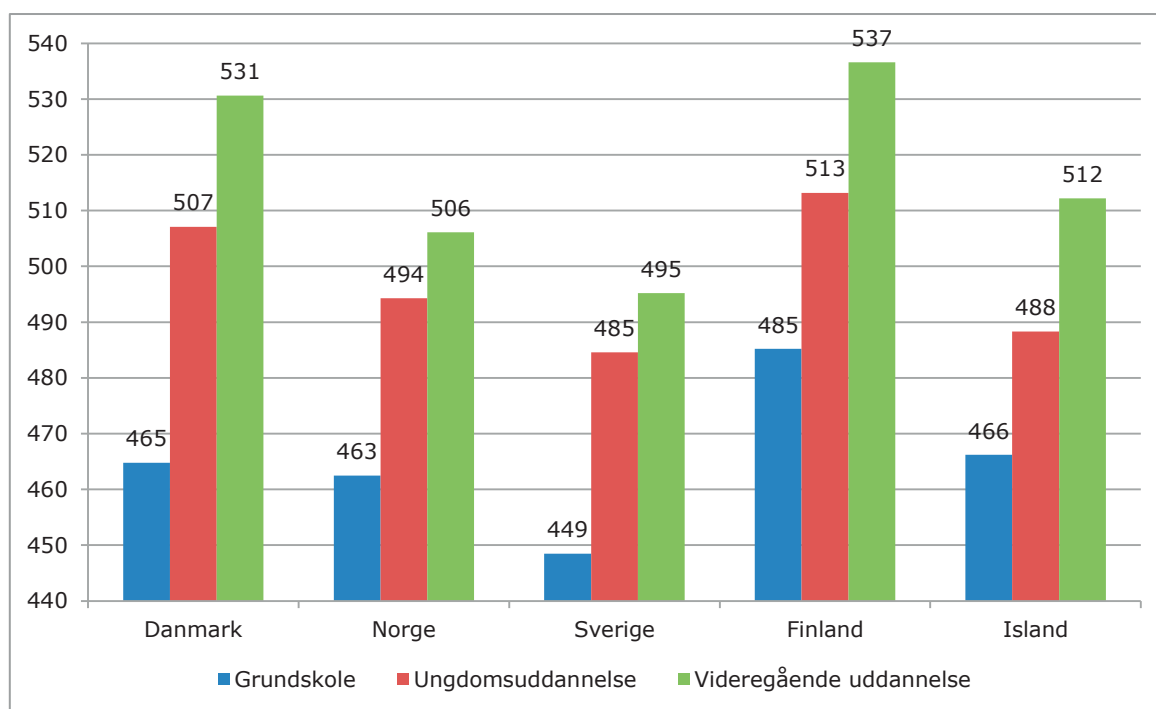
Figur 5.2 illustrerer den gennemsnitlige matematikscore opdelt på baggrund af moderens højeste uddannelsesniveau. Forskelle i matematikscoren for elever, hvis moder har forskellig uddannelsesbaggrund, kan sige noget om, hvor godt gearret skolevæsenet er til at minimere social ulighed i mulighederne for at klare sig godt i uddannelsessystemet.

Danmark er det land blandt de nordiske lande, hvor moderens uddannelse spiller den største rolle for matematikscoren. Dette gælder, både når moderen går fra at have en grundskoleuddannelse til at have en ungdomsuddannelse og fra at have en ungdomsuddannelse til at have en videregående uddannelse. Danske elever, hvis moder højst har en 9. eller 10. klasseeksamen, scorer i gennemsnit 465 point på matematikscoren, mens elever, hvis moder har en ungdomsuddannelse (gymnasial, erhvervsfaglig eller kort videregående uddannelse af mindre end 2 års varighed), scorer 507 altså en forskel på 42 point. Til sammenligning scorer norske elever, hvis moder har en ungdomsuddannelse, 463 point, hvilket er næsten det samme som i Danmark, men springet til den gruppe, hvis moder har en ungdomsuddannelse, er 32 point.

Springet fra gruppen af danske elever, hvis moder har en ungdomsuddannelse, til gruppen, hvor moderen har en videregående uddannelse, er på ca. 24 point. Dette spring ligger på niveau med springet for elever i Finland og Island (hhv. 23 og 24 point), men er større end i Norge og Sverige (hhv. 12 og 11 point).

Blandt de fem nordiske lande klarer de finske elever sig bedst i alle de tre kategorier. Det er dog værd at bemærke, at forskellen imellem de finske og danske elever bliver mindre når moderens uddannelsesniveau stiger. Fx scorerer de finske elever, hvis moder har en grundskoleuddannelse ca. 20 point højere end de danske elever i samme gruppe, mens de finske elever, hvis moder har en videregående uddannelse scorer 6 point højere end de danske elever i den tilsvarende gruppe.

Figur 5.2 Matematikscoren opgjort efter moderens højeste uddannelsesniveau



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data. Alle forskelle er statistisk signifikante sammenlignet med grundskole.

Note: Grundskole (højst 10. klasse) svarer til ISCED 1-2; ungdomsuddannelse inkluderer de gymnasiale uddannelser, erhvervsfaglige uddannelser og korte videregående uddannelser under 2 års varighed og svarer til ISCED 3 (bestående af 3A, 3B og 3C samt 4); videregående uddannelser inkluderer de mellemlange videregående uddannelser, de lange videregående uddannelser og ph.d.-uddannelser og svarer til ISCED 5A, 5B og 6.

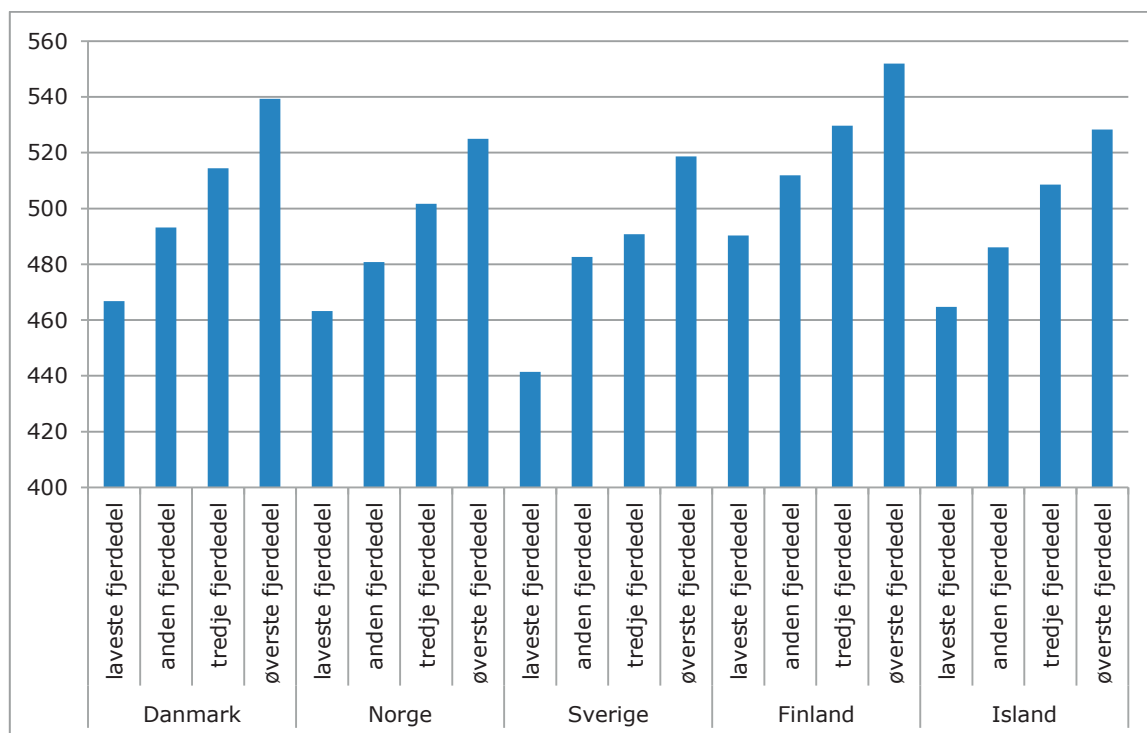
### Forældrenes erhvervmæssige stilling

I foregående afsnit så vi på sammenhængen imellem moderens uddannelsesniveau og matematikscoren. Vi skal i dette afsnit se på sammenhængen med forældrenes stilling i beskæftigelseshierarkiet. I PISA måles forældrenes højeste erhvervmæssige status ved det såkaldte HISEI-indeks (*Highest occupational status of parents*)<sup>10</sup>. Opdelingen efter HISEI-indekset er en anden måde at se på social ulighed i skolevæsenet på og sammenhængen mellem socioøkonomisk baggrund og matematikfærdigheder. I Figur 5.3 er eleverne delt op i fire lige store grupper hierarkisk efter forældrenes højeste erhvervmæssige stilling – såkaldte

<sup>10</sup> HISEI (Highest International Socioeconomic Index of Occupational Status) dannes ud fra elevernes svar på spørgsmål om forældrenes stillingsbetegnelse. Metoden, der ligger bag transformationen af den detaljerede information om forældrenes stilling (som bliver "oversat" af erfarne kodere til en firecifret ISCO88 kode) til et indeks, er udviklet af Ganzeboom, De Graaf og Treiman (1992) og muliggør sammenligninger af indekset på tværs af lande. Indekset defineres som en skalering af de detaljerede stillingskategorier, som på samme tid maksimerer den indirekte effekt af uddannelse på indkomst og minimerer den direkte effekt. HISEI-indekset fanger de egenskaber ved de enkelte stillingskategorier, som "konverterer" forældrenes uddannelse til indkomst.

kvartiler. For danske elever er forskellen i den gennemsnitlige matematikscore fra kvartil til kvartil relativt konstant. Forskellen for elever i den laveste fjerdedel til den anden fjerdedel er på ca. 26 point, imens forskellen fra den anden fjerdedel til den tredje er ca. 21 point. Et lignende mønster ses også for Norge, Finland og Island, hvor forskellen fra en kvartil til den næste er rimeligt konstant. En ændring på en kvartil betyder i disse lande en øgning i matematikscore med ca. 20 point. For Sverige er ændringen mellem anden og tredje kvartil mindre end ændringen imellem hhv. første og anden kvartil og tredje og fjerde kvartil. For Sverige er ændringen imellem første og anden kvartil ca. 41 point, imens forskellen imellem anden og tredje kvartil er på blot otte point. Det er dog også Sverige, der blandt de nordiske lande har den største totale forskel fra første fjerdedel til øverste fjerdedel (forskul på ca. 77 point). Den laveste forskel har Norge og Finland med ca. 62 point. I Danmark er forskellen på 73 point. Forskellene mellem de forskellige kvartiler siger dermed noget om betydningen af forældrebaggrund for elevernes matematikscore, og i lande som Norge og Finland, hvor forskellene fra første til øverste kvartil er relativt små, betyder forældrenes erhvervs-mæssige stilling altså mindre end i fx Sverige, hvor der er et større spænd i matematikscoren mellem elever i første fjerdedel og elever i øverste fjerdedel.

Figur 5.3 Matematikscore opdelt efter forældrenes højeste beskæftigelsesniveau (HISEI)<sup>1</sup>



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data. Alle forskelle er statistisk signifikante sammenlignet med den laveste fjerdedel

### 5.2.3 Elevernes økonomiske, sociale og kulturelle status (ESCS)

I tillæg til forældrenes uddannelsesniveau og placering i stillingshierarkiet på arbejdsmarkedet indsamler PISA en række andre oplysninger om elevernes familiebaggrund gennem elevspørgeskemaet. Der bliver bl.a. spurgt til hvilke kulturelle besiddelser, der er i hjemmet (fx bøger, digtsamlinger og kunst), hvilke uddannelsesressourcer der forefindes i hjemmet (fx skrivebord til at lave lektier ved, om der er et stille sted at lave lektier, og om der er bøger til rådighed i forbindelse med lektielæsning), samt hvilke såkaldte velstandsgoder der er i hjemmet (fx fjernsyn, computere og biler tilhørende familien). Flere af disse variable samles til

forskellige indeksvariable. Konstruktionen af de enkelte indeks er yderligere beskrevet i den internationale OECD-rapport (2013).

Et centralt indeks i forbindelse med PISA er det samlede indeks for økonomisk, social og kulturel status (ESCS). Dette indeks afspejler en række aspekter ved den enkelte elevs familie- og hjemmebaggrund (se boks).

#### *Boks 5.1 PISA-indekset for økonomisk, social og kulturel status (ESCS)*

PISA-indekset for økonomisk, social og kulturel status (ESCS) er sammensat af følgende komponenter:

- Forældrenes højeste uddannelsesniveau (målt i antal år)
- Forældrenes højeste erhvervmæssige stillingskategori
- Familiens velstandsniveau
- Familiens kulturelle besiddelser
- Uddannelsesmæssige ressourcer i hjemmet
- Antallet af bøger i hjemmet

De endelige ESCS-værdier beregnes således, at den gennemsnitlige OECD-elev har scoren 0, og standartafvigelsen for OECD-elevpopulationen er 1.

Kilde: OECD (2010)

I Tabel 5.2 ses gennemsnitsværdier på ESCS-indekset for forskellige lande. Man kan her se, at elever i Danmark og de øvrige nordiske lande ligger relativt højt på indekset med gennemsnitsværdier på mellem 0,28 og 0,78. Danske elever har en gennemsnitsværdi på 0,43. Elever i de øvrige, udvalgte vestlige lande ligger noget under de nordiske lande, men alle over OECD-gennemsnittet på 0. Gennemsnittet for eleverne i Shanghai-Kina, Singapore og Hong Kong er under OECD-gennemsnittet.

#### **Andelen af variation i matematikresultater, der skyldes aspekter vedrørende elevens socioøkonomiske baggrund**

Enkelte aspekter indeholdt i dette samlede indeks er beskrevet og analyseret tidligere i dette kapitel. Her er den gennemsnitlige matematikscore for elever med forskellig socioøkonomisk baggrund blevet beskrevet og sammenlignet. En anden måde at opsummere betydningen af den enkelte elevs hjemmebaggrund på er imidlertid ved at analysere hvor stor en andel af variationen i matematikscoren, der kan forklares af udvalgte faktorer vedrørende elevernes socioøkonomiske baggrund. For at analysere den samlede variation forklaret af socioøkonomisk baggrund benyttes ESCS-indekset. *Tabel 5.2* angiver også hvor stor en del af variation i elevernes matematikscore, der forklares af ESCS-indekset. Altså hvor stor en del af elevernes spredning i matematikfærdigheder, der skyldes forhold vedrørende deres socioøkonomiske baggrund.

Det ses af tabellen, at blandt de nordiske lande ligger Danmark højest med 16 procent af variationen i matematikscoren forklaret af ESCS-indekset – dette er ikke signifikant forskelligt fra OECD-gennemsnittet på 15 procent. Blandt de nordiske lande har Sverige 11 procent af variationen forklaret af indekset, mens Norge, Finland og Island ligger lavest med under 10 procent af variationen forklaret af ESCS-indekset. OECD definerer lande, hvor eleverne klarer sig over gennemsnittet i matematik, og hvor elevernes socioøkonomiske baggrund spiller en mindre rolle for matematikscoren end gennemsnittet, som succesfulde systemer (OECD, 2013). Således defineres Finland som et succesfuldt land, da de både ligger under OECD-

gennemsnittet i betydningen af elevernes socioøkonomiske baggrund og over OECD-gennemsnittet i matematikfærdigheder.

Sammenlignes med andre udvalgte lande, har kun Tyskland og New Zealand en større andel end Danmark af variationen i matematikscoren forklaret af indekset – for disse lande ses en signifikant forskel for OECD-gennemsnittet. Macau-Kina er det land med den mindste andel variation forklaret af ESCS-indekset, mens den højeste andel ses i Slovakiet (OECD, 2013, Figur II.1.2).

Disse resultater peger på, at social arv målt ved hjælp af ESCS-indekset har stor betydning i Danmark sammenlignet med de andre nordiske lande. I en international sammenhæng har social arv samme betydning i Danmark som i det gennemsnitlige OECD-land. Det er værd at bemærke, at den variation i matematikscoren, der knytter sig til ESCS-indekset, i Hong Kong er på niveau med de andre nordiske lande, hvilket tyder på, at der er mindre betydning af social arv i Hong Kong sammenholdt med de fleste andre lande.

*Tabel 5.2 Gennemsnit og procentdel af variationen i elevernes matematikscore, som kan forklares af elevernes socioøkonomiske baggrund målt ved PISA-indekset ESCS*

Land	Gns. på indeks	S.E.	Forklaret variation
Danmark	0,43	(0,02)	16 %
Norge	0,46	(0,02)	7 %
Sverige	0,28	(0,02)	11 %
Finland	0,36	(0,02)	9 %
Island	0,78	(0,01)	8 %
Tyskland	0,19	(0,02)	17 %
Holland	0,23	(0,02)	12 %
UK	0,27	(0,02)	12 %
USA	0,17	(0,04)	15 %
New Zealand	0,04	(0,02)	18 %
Hong Kong - Kina	-0,79	(0,05)	8 %
Singapore	-0,26	(0,01)	14 %
Shanghai-Kina	-0,36	(0,04)	15 %
OECD	0,00	(0,00)	15 %

Kilde: OECD (2013), Tabel II.2.3. og egne beregninger på PISA 2012-data

Den variation i matematikresultaterne, der ikke kan forklares af de udvalgte faktorer vedrørende elevernes socioøkonomiske baggrund, må skyldes andre forhold i elevernes hjemmebaggrund. Der skal således gøres opmærksom på, at de udvalgte faktorer vedrørende elevernes socioøkonomiske forhold ikke nødvendigvis er dækkende for hele elevens sociale baggrund. Andre forhold vedrørende elevens sociale baggrund ikke inddraget i analysen kan ligeledes spille en rolle. Derudover kan skolespecifikke forskelle som undervisningskvalitet og lærernes uddannelsesniveau også spille ind. En del af forskellen må selvfølgelig også tilskrives den enkelte elevs karakteristika såsom interesse for matematik og matematiske problemstillinger samt matematikforståelse.

### **Sammenhæng mellem matematikfærdigheder og ESCS**

*Tabel 5.3* viser den gennemsnitlige ændring i matematikscoren som følge af en ændring på én enhed i opadgående retning på ESCS-indekset. Positive værdier viser, at jo højere niveau for økonomiske, sociale og kulturelle besiddelser eleven har, des bedre matematikfærdigheder. I

Danmark øges matematikscoren med ca. 39 point ved en ændring på én enhed i ESCS-indekset, hvilket er den største effekt blandt de nordiske lande. Det er lidt over OECD-gennemsnittet. Den største effekt ses i Taipei-Kina, 58 point, og den mindste i Macau-Kina med en effekt på 17 point (OECD, 2013, Tabel II.2.5a).

Tabel 5.3 Ændring i matematikscore som følge af en stigning på én enhed i ESCS-indekset.

	Ændring i matematikscoren ved en ændring på én enhed i ESCS-indekset	S.E.
Danmark	<b>39,29</b>	(1,7)
Norge	<b>32,28</b>	(2,4)
Sverige	<b>35,86</b>	(1,9)
Finland	<b>33,26</b>	(1,8)
Island	<b>31,09</b>	(2,1)
OECD	<b>35,57</b>	(0,3)

Kilde: OECD (2013), Tabel II.2.5a

Note: Signifikante ændringer er markeret med fed skrift

I Tabel 5.4 ses den gennemsnitlige matematikscore i 2012 alt efter elevernes niveau på ESCS-indekset opdelt i fire kvartiler. Der ses en generel stigning i matematikscoren jo højere score på ESCS-indekset, som også

Tabel 5.3 viste. Danske elever, der befinder sig indenfor den laveste fjerdedel af ESCS-indekset opnår en gennemsnitlig score på 460 point, mens danske elever indenfor den øverste fjerdedel opnår en gennemsnitlig score på 545 point. Dette mønster ses i samtlige nordiske lande og for OECD som gennemsnit. Tabellen viser også ændringer mellem 2003 og 2012 alt efter elevernes ESCS-niveau. De danske elever scorede som gennemsnit 500 point i matematik i 2012. Dette er et fald på 14 point fra 2003. Der ses dog visse forskelle i faldet i matematikscore alt efter elevernes ESCS-niveau. Der er en klar tendens til, at faldet er større jo højere ESCS-niveau. Danske elever i den laveste ESCS-fjerdedel har således oplevet et gennemsnitligt fald på seks point mellem 2003 og 2012. Denne forskel er dog ikke statistisk signifikant. Danske elever i den øverste ESCS-fjerdedel har derimod oplevet et fald på 20 point mellem 2003 og 2012. Også i Norge og Sverige ses de største fald for elever i den øverste ESCS-fjerdedel. En lignende tendens ses for OECD-landene som helhed. Faldet i matematikscore mellem 2003 og 2012 er størst for elever i den øvre del af ESCS-indekset (OECD, 2013, Tabel II.2.3b).

Tabel 5.4 Sammenhæng mellem ESCS-niveau og gennemsnitlig matematikscore i 2012 samt ændring i matematikscore mellem 2003 og 2012

	Alle Elever		Elever i den laveste ESCS-fjerdedel		Elever i den anden ESCS-fjerdedel		Elever i den tredje ESCS-fjerdedel		Elever i den øverste ESCS-fjerdedel	
	Gns. 2012	Ændring 2003-2012	Gns. 2012	Ændring 2003-2012	Gns. 2012	Ændring 2003-2012	Gns. 2012	Ændring 2003-2012	Gns. 2012	Ændring 2003-2012
Danmark	500	<b>-14</b>	460	-6	489	<b>-13</b>	513	<b>-14</b>	545	<b>-20</b>
Norge	489	<b>-27</b>	459	8	479	-8	504	-1	522	<b>-16</b>
Sverige	478	<b>-31</b>	443	<b>-25</b>	469	<b>-24</b>	495	<b>-24</b>	518	<b>-40</b>
Finland	541	<b>-26</b>	488	<b>-22</b>	509	<b>-27</b>	529	<b>-24</b>	555	<b>-24</b>
Island	508	<b>-28</b>	464	<b>-21</b>	481	<b>-29</b>	508	<b>-13</b>	526	<b>-20</b>
OECD	497	<b>-3</b>	454	1	484	<b>-3</b>	509	<b>-4</b>	544	<b>-7</b>

Kilde: OECD (2013), Tabel II.2.3b.

Note: Signifikante forskelle mellem 2003 og 2012 er markeret med fed skrift.

#### 5.2.4 En samlet analyse af elevernes socioøkonomiske baggrund og matematikfærdigheder

I *Tabel 5.5* præsenteres en regressionsanalyse for forskelle i matematikscoren forklaret ved en række familie- og hjemmebaggrundsfaktorer samlet. Foruden de komponenter, der indgår i ESCS-indekset, er der medtaget variable, der beskriver, om eleven bor med en enlig forælder, om moderen og/eller faderen er i arbejde, elevens etniske baggrund, hvilket sprog der tales i hjemmet og skolens placering.

Ser man på resultaterne for Danmark, ses det, at forældrenes stillingsplacering, uddannelsesressourcer i hjemmet og antallet af bøger i hjemmet har en signifikant positiv sammenhæng med matematikscoren. Men det ses også, at forældrenes uddannelse ikke har en signifikant effekt på matematikscoren, når der kontrolleres for de øvrige faktorer. Dette selv om vi så en klar sammenhæng tidligere i afsnittet. Det kan tyde på, at det ikke er uddannelse i sig selv, der har en sammenhæng med matematikscoren, men at det er uddannelsens sammenhæng med andre faktorer som fx efterfølgende stillingsplacering, uddannelsesressourcer i hjemmet eller antallet af bøger, der slår igennem på matematikscoren. Det er samtidig sandsynligt, at forhold med stor betydning for elevernes færdighedsniveau som fx deres ambitionsniveau, målrettethed og evner hænger sammen med forældrenes uddannelse, men måske i endnu højere grad hænger sammen med andre af de i analysen inddragne variable. Dermed fremstår andre variable og faktorer som mere betydende for elevernes færdighedsniveau i analysen. Forældrenes uddannelse i sig selv påvirker altså ikke direkte børnenes matematikscore, men derimod de faktorer, som hænger sammen med forældrenes uddannelsesniveau.

Omvendt viser analysen, at indekset for familiens velstand har en negativ sammenhæng med matematikscoren. Her skal vi huske på, at der er taget højde for fx kulturelle besiddelser og uddannelsesressourcer i regressionsanalysen. Indekset HISEI er ligeledes et mere direkte mål for forældrenes indkomstmæssige position, mens indekset for familiens velstand måles fx ved antal mobiltelefoner, fjernsyn og biler i hjemmet og dermed i højere grad er et mål for, hvad familien bruger penge på end blot deres økonomiske indkomst. Her kan den negative sammenhæng skyldes, at familier, der fx har mange fjernsyn, ikke vægter matematik lige så meget som familier med færre fjernsyn. Som med forældrenes uddannelsesniveau er det således ikke selve indkomsten og det at have råd til at købe forskellige materielle produkter, der har effekt i forhold til børnenes matematikfærdigheder. Den effekt, der ses fra forældreindkomst (målt gennem HISEI) og matematikfærdigheder er i stedet udtryk for de holdninger og den støtte, forældre med højere indkomst videregiver til deres børn. Den negative sammenhæng mellem velstandsindekset og elevens færdighed sås ligeledes i PISA 2009-rapporten, hvor læsefærdigheder var hoveddomæne. Resultatet er således ikke enestående for matematik.

Den overordnede tendens blandt alle landene i *Tabel 5.5* er, at forældrenes stillingsplacering og antallet af bøger i hjemmet har stor, signifikant betydning for, hvordan eleverne klarer sig i matematikopgaverne. Antal bøger i hjemmet har ofte en klar sammenhæng med skolefærdigheder. Igen skal indekset måske ikke tages så bogstaveligt, som det lyder, men i stedet ses som en indikator på andre underliggende forhold. I hjem med mange bøger er det sandsynligt, at der læses meget, og at det akademiske (og bøgerne som symbol herpå) vægtes højt. Det er således ikke nødvendigvis bøgerne i sig selv, der afstedkommer elevernes højere færdighedsniveau, men de tankesæt og værdier, som korrelerer med det at have mange bøger. Modsat i Danmark ses der i de andre nordiske lande ingen signifikant sammenhæng imellem uddannelsesressourcer i hjemmet og matematikscoren. Dette er dog ikke tilfældet i de lande uden for Norden, som er afrapporteret. Her har uddannelsesressourcer i flere lande (fx Singapore og Holland) en tilsvarende positiv effekt som i Danmark. I Norge, Finland og Island ses en positiv sammenhæng imellem kulturelle besiddelser i hjemmet og matematisk formåen. I de nordiske lande er det kun i Finland, at det at bo med en enlig forælder har negativ betydning for matematikscoren.

Tabel 5.5 Samlet analyse af betydningen af elevens socioøkonomiske baggrund for matematikscoren (fortsættes på næste side)

Ændring i matematikscore med de faktorer, der er vist nedenfor, når der samtidig er taget højde for de øvrige faktorer										
Intercept	Forældrenes højeste stillingsplacering (HISEI-score)	Forældrenes højeste uddannelse (målt i antal år)	Kulturelle besiddelser (indeks)	Uddannelsesressourcer i hjemmet (indeks)	Antallet af bøger i hjemmet	Familiens velstand (indeks)				
Score	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.
Danmark	402 (10,3)	<b>0,61</b> (0,1)	1,04 (0,6)	-0,55 (1,60)	<b>15,20</b> (1,64)	<b>13,10</b> (1,0)	<b>-4,84</b> (2,5)			
Norge	383 (15,3)	<b>0,59</b> (0,1)	0,05 (0,9)	<b>5,53</b> (2,07)	2,83 (2,54)	<b>16,52</b> (1,5)	<b>-15,04</b> (2,2)			
Sverige	393 (13,4)	<b>0,75</b> (0,1)	-1,29 (0,7)	2,69 (2,25)	0,54 (1,81)	<b>17,50</b> (1,4)	-3,98 (2,7)			
Finland	410 (9,7)	<b>0,59</b> (0,1)	<b>1,73</b> (0,5)	<b>2,98</b> (1,42)	-0,93 (1,43)	<b>17,50</b> (1,0)	<b>-8,75</b> (1,6)			
Island	353 (11,3)	<b>0,56</b> (0,1)	<b>1,38</b> (0,6)	<b>7,20</b> (2,49)	-1,55 (2,76)	<b>16,96</b> (1,6)	<b>-12,27</b> (2,1)			
Tyskland	384 (17,4)	<b>0,97</b> (0,1)	<b>1,59</b> (0,6)	-0,89 (2,08)	<b>6,55</b> (2,74)	<b>17,76</b> (1,8)	-4,32 (2,7)			
Holland	425 (27,1)	<b>0,93</b> (0,1)	-1,06 (0,7)	<b>-5,12</b> (2,35)	<b>11,62</b> (2,47)	<b>17,88</b> (1,7)	-5,23 (3,3)			
UK	392 (13,1)	<b>0,83</b> (0,1)	-1,10 (0,7)	0,72 (1,45)	<b>6,47</b> (1,60)	<b>21,51</b> (1,3)	<b>-4,79</b> (1,9)			
USA	375 (11,0)	<b>0,88</b> (0,1)	1,18 (0,7)	2,27 (1,75)	1,84 (1,61)	<b>17,07</b> (1,4)	0,15 (1,8)			
New Zealand	361 (16,3)	<b>0,99</b> (0,1)	1,39 (0,9)	-1,72 (2,32)	<b>10,95</b> (2,14)	<b>18,70</b> (1,7)	-1,43 (2,4)			
Hong Kong - Kina	491 (11,4)	<b>0,60</b> (0,1)	0,81 (0,6)	1,41 (1,61)	<b>8,76</b> (1,76)	<b>15,91</b> (1,5)	-5,30 (2,7)			
Singapore	482 (10,5)	<b>0,88</b> (0,1)	<b>1,80</b> (0,6)	<b>4,56</b> (1,53)	<b>14,98</b> (1,80)	<b>13,42</b> (1,3)	0,61 (2,0)			
Shanghai - Kina	494 (9,9)	<b>0,66</b> (0,1)	<b>2,72</b> (0,5)	<b>5,21</b> (2,34)	<b>10,59</b> (2,01)	<b>16,23</b> (1,5)	-1,76 (2,8)			



**Ændring i matematikscore med de faktorer, der er vist nedenfor, når der samtidig er taget højde for de øvrige faktorer**

	Enlig forælder		Faderen er i arbejde		Moderen er i arbejde		Andengenerationsindvandrere		Førstegenerationsindvandrere		Taler et andet sprog end dansk i hjemmet		Skolens placering	
	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.	Score dif.	S.E.
Danmark	-5,09	(4,4)	4,22	(4,9)	5,49	(4,0)	<b>-42,67</b>	(8,9)	<b>-29,11</b>	(5,4)	3,15	(5,7)	2,98	(1,8)
Norge	-5,22	(5,4)	10,89	(6,5)	<b>13,73</b>	(4,2)	<b>-17,93</b>	(8,8)	-9,15	(8,4)	-4,54	(7,3)	4,17	(2,5)
Sverige	-3,74	(6,2)	3,67	(7,7)	1,98	(5,5)	<b>-28,66</b>	(10,4)	-7,24	(8,1)	-6,69	(10,2)	<b>5,58</b>	(2,2)
Finland	<b>-7,41</b>	(3,3)	<b>9,86</b>	(4,0)	-0,86	(3,8)	<b>-47,31</b>	(9,6)	<b>-37,21</b>	(6,1)	<b>-12,73</b>	(5,7)	-1,40	(1,8)
Island	-11,63	(6,2)	10,90	(6,6)	<b>10,68</b>	(4,1)	-13,80	(17,1)	7,84	(23,0)	13,12	(15,6)	<b>5,16</b>	(1,6)
Tyskland	0,83	(5,0)	2,66	(7,3)	7,89	(4,5)	-17,91	(19,7)	-16,07	(8,9)	-5,78	(10,3)	2,00	(4,5)
Holland	<b>-12,20</b>	(5,8)	-3,78	(5,8)	-2,36	(3,6)	-8,48	(13,5)	-12,95	(9,1)	-15,69	(9,6)	4,77	(7,0)
UK	<b>-11,50</b>	(4,3)	3,35	(4,6)	<b>8,32</b>	(3,8)	12,97	(10,2)	0,04	(8,2)	6,19	(8,3)	2,48	(1,9)
USA	-6,25	(3,7)	0,50	(5,0)	-0,70	(3,4)	17,64	(9,7)	<b>21,24</b>	(6,1)	<b>-13,02</b>	(6,2)	1,00	(2,9)
New Zealand	1,28	(5,6)	5,05	(6,2)	<b>-9,41</b>	(4,8)	3,15	(5,6)	10,35	(7,2)	-8,39	(7,2)	<b>5,36</b>	(1,8)
Hong Kong - Kina	-3,85	(4,8)	-5,26	(4,8)	-3,07	(3,5)	5,74	(4,9)	<b>14,40</b>	(3,9)	<b>-42,76</b>	(9,2)	0,00	(0,0)
Singapore	-4,77	(5,9)	-5,12	(6,0)	-0,68	(3,2)	4,10	(6,8)	<b>27,44</b>	(6,3)	<b>-9,56</b>	(3,8)	0,00	(0,0)
Shanghai - Kina	2,45	(4,3)	-1,47	(5,0)	<b>11,08</b>	(3,9)	<b>-48,88</b>	(14,2)	<b>-114,80</b>	(27,0)	<b>-69,40</b>	(13,7)	0,00	(0,0)

Kilde: OECD (2013), Tabel II.3.13.

Note: Signifikante effekter er markeret med fed skrift. Talværdien for scoringsdifferencen dækker over effekten på matematikscoren ved en ændring på én enhed i den pågældende variabel eller indeks. Således opnår fx danske elever, der bor hos en enlig forælder, en i gennemsnit 5,09 point lavere matematikscore sammenholdt med danske elever, der bor med to forældre (se første kolonne ovenfor).

### 5.2.5 Sammenhæng mellem matematikfærdigheder og etnicitet samt sprog talt i hjemmet

Regressionsmodellen vist i *Tabel 5.5* inkluderer også variable angående etnicitet og sprog talt i hjemmet. Referencen i regressionsmodellen er en etnisk dansk elev, som taler dansk i hjemmet. Koefficienten til etnicitetsvariablene (opdelt på første- og andengenerationsindvandrere) skal derfor fortolkes som den ændring i matematikscoren, der kan tilskrives det at have en anden etnisk baggrund end dansk, og det er, når der er kontrolleret for forældrenes stillingsplacering, uddannelse, kulturelle besiddelser, uddannelsesressourcer i hjemmet, antal bøger i hjemmet, familiens velstand, om eleven bor med en enlig forælder og om moderen og/eller faderen er i arbejde. Resultatet viser således, at andengenerationsindvandrere i Danmark scorer 43 point lavere end den gennemsnitlige etnisk danske elev, imens førstegenerationsindvandrere scorer 29 point lavere. Der er altså nogle forhold angående det at være indvandrer, ud over de variable der er korrigeret for, der gør, at man klarer sig ringere inden for matematik.

Forskellen mellem indvandrere og etniske danskere er relativt stor. Dette overgås i Norden kun af Finland. Kun Island har blandt de nordiske lande ingen signifikant effekt af at være hverken første- eller andengenerationsindvandrer. Forskellen mellem indvandrere og ikke indvandrere ligger også i en international sammenhæng meget højt i Norden generelt og i Danmark specielt. I lande som UK og New Zealand ses der fx ingen signifikant forskel mellem indvandrere og ikke indvandrere, mens der i USA og Singapore ses en positiv sammenhæng mellem det at være førstegenerationsindvandrer og matematikscore.

Det er vigtigt at holde sig for øje, at indvandrerprofilen, niveauet for indvandring samt politikker i forhold til integration kan være forskellig fra land til land. Man skelner fx traditionelt i Danmark mellem indvandrere fra vestlige og ikke-vestlige lande. Sådanne analyser er ikke inden for denne rapports sigte, men vil blive belyst i en senere rapport.

PISA 2009 viste en klar sammenhæng imellem læsefærdigheder og sproget talt i hjemmet. I Danmark taler en betydelig del af indvandrerleverne et andet sprog end dansk i hjemmet. For andengenerationsindvandrere er det ca. 51 procent, der ikke hovedsageligt taler dansk i hjemmet, imens det for førstegenerationsindvandrere drejer sig om 72 procent. Vi ser ikke samme sammenhæng mellem sprog talt i hjemmet og matematikscoren i dette års PISA-rapport, som der sås i forhold til læsescoren i 2009. Kontrolleret for de øvrige baggrundsvariable – med størst betydning af etnisk tilhørsforhold – betyder sprog talt i hjemmet ikke noget for matematikscoren. Det vil sige, det har større betydning for matematikscoren, om eleven er dansk, første- eller andengenerationsindvandrer, end om der tales dansk eller et andet sprog i hjemmet. Selvom disse to faktorer selvfølgelig er højt korrelerede. Det kan derudover tænkes, at det faktum, at man taler et andet sprog end dansk i hjemmet, ikke påvirker forståelsen af stoffet i matematikfaget så meget, som det påvirker læsefærdigheder, selvom vi ved, at der er en stærk sammenhæng mellem færdigheder i læsning og i matematik.

### 5.2.6 Mønsterbrydere

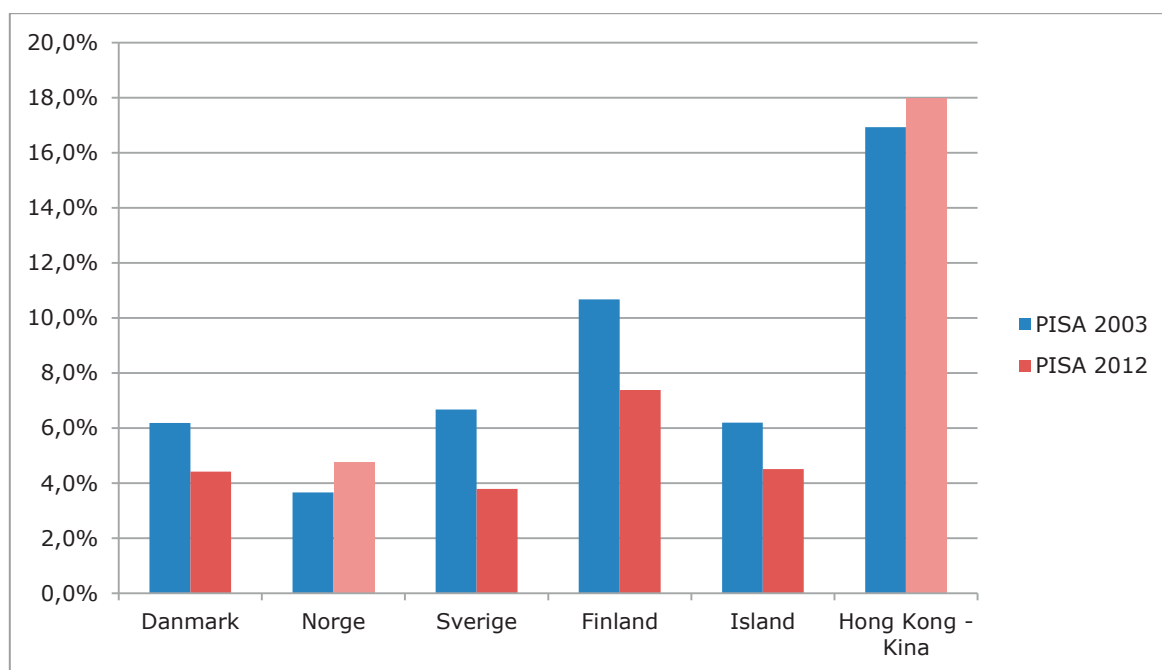
Vi har i de foregående afsnit undersøgt elevernes socioøkonomiske baggrund og deres matematikfærdigheder og set en klar sammenhæng herimellem. I dette afsnit vil vi imidlertid se på de elever, der bryder dette mønster – og altså klarer sig bedre, end deres baggrund umiddelbart tilskriver.

*Figur 5.4* viser andelen af "mønsterbrydere" i de nordiske lande og Hong Kong. En mønsterbryder er en elev, der har matematikfærdigheder svarende til den øverste fjerdedel af

samtligge elever i OECD, men som samtidig har en socioøkonomisk baggrund indenfor den laveste fjerdedel af ESCS-indekset i sit land.

Det ses af nedenstående figur, at godt fire procent af eleverne i Danmark med en svag socioøkonomisk baggrund opnår en matematikscore svarende til de 25 procent bedste i hele OECD. Dette er et signifikant fald fra ca. seks procent i 2003. Blandt de nordiske lande ligger andelen af mønsterbrydere i 2012 på ca. fire procent med undtagelse af Finland, hvor andelen af mønsterbrydere i 2012 var godt syv procent. Der er en generel tendens til, at andelen af mønsterbrydere er faldet i de nordiske lande. Kun Norge skiller sig ud med en stigning mellem 2003 og 2012 – om end den ikke er statistisk signifikant. Til sammenligning er Hong Kong også inddraget (tal for Shanghai-Kina og Singapore er ikke tilgængelige). I Hong Kong er andelen af mønsterbrydere hele 18 procent i 2012. Det vil altså sige, at ca. en ud af fem elever i den laveste socioøkonomiske fjerdedel i Hong Kong opnår en matematikscore svarende til den i den højeste fjerdedel af OECD-landenes elever. Hong Kong er det land i PISA-undersøgelsen, der har den højeste andel af mønsterbrydere i 2012. I 2003 var Hong Kong næsthøjest kun overgået af Macau-Kina med en procent på 19. Andelen for Macau-Kina er i 2012 faldet til 17 procent. I OECD som gennemsnit har andelen af mønsterbrydere holdt sig relativt stabilt på ca. seks procent i både 2003 og 2012, om end der er set et lille fald på 0,3 procent.

Figur 5.4 Forskel i andelen af mønsterbrydere i gruppen af elever i den socioøkonomisk laveste fjerdedel fra 2003 til 2012



Kilde: OECD (2013), tabel II.2.6b. Signifikante forskelle imellem 2003 og 2012 er markeret med mørkere farve.

Note: Mønsterbrydere er elever, der ligger i den dårligste socioøkonomiske fjerdedel af eleverne i det enkelte land, der har en matematikscore indenfor den højeste fjerdedel i OECD-regi, når der er korrigeret for socioøkonomi.

### 5.3 Betydningen af skolens gennemsnitlige socioøkonomiske sammensætning for elevernes matematikfærdigheder

I det foregående afsnit har vi set på betydningen af den enkelte elevs hjemmebaggrund for matematikfærdighederne. Skolens gennemsnitlige socioøkonomiske sammensætning af elever kan imidlertid også have betydning for, hvordan eleverne klarer sig.

I dette afsnit ses på den rolle, skolens gennemsnitlige socioøkonomiske sammensætning af elever har i forhold til elevernes matematikscorer. Skoler med en elevsammensætning, hvor flertallet af eleverne har en høj socioøkonomisk status, har ofte et stærkt fokus på fagligheden og et stort forældreengagement med fordel for alle eleverne på skolen. Lærersammensætningen på skoler, hvor eleverne er mere ressourcestærke, kan ligeledes være anderledes, idet lærere, som ønsker et skolemiljø, hvor de kan opleve succes med deres undervisning, måske tiltrækkes af sådanne skoler. Undersøgelser viser endvidere, at forventningsniveauet lægges højere for elever på ressourcestærke skoler (Zimmer & Toma, 2000). Disse forhold kan have en selvstændig betydning for elevernes færdigheder.

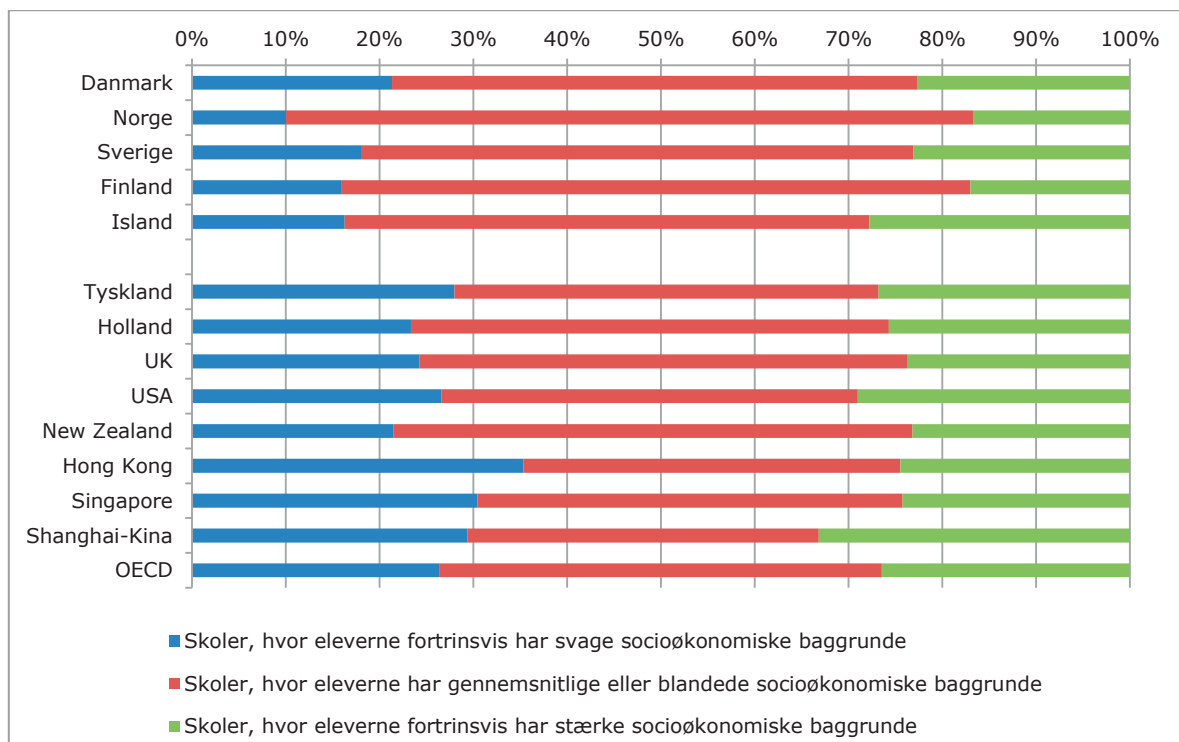
For at undersøge sammenhængen mellem elevernes matematikscore og elevsammensætningen på deres skole opdeles skolerne efter, hvordan skolens elevers socioøkonomiske baggrund er i forhold til landsgennemsnittet målt ved ESCS-indekset. Der opereres med tre kategorier: (1) skoler, hvor elevernes gennemsnitlige socioøkonomiske baggrund er lavere end landsgennemsnittet, (2) skoler, hvor elevernes gennemsnitlige socioøkonomiske baggrund er højere end landsgennemsnittet, og (3) skoler, hvor elevernes gennemsnitlige socioøkonomiske baggrund ligger omkring landsgennemsnittet.

Figur 5.5 viser fordelingen af eleverne på skoler opdelt efter elevsammensætningen.

De nordiske lande er blandt de lande i PISA-undersøgelsen, hvor flest elever går i skoler, hvor elevernes gennemsnitlige socioøkonomiske baggrund ligger omkring landsgennemsnittet. I Danmark drejer det sig om ca. 56 procent. New Zealand ligner de nordiske lande meget mht. skolernes elevfordeling. Blandt de øvrige lande i figuren har Shanghai-Kina og Hong Kong de laveste andele elever på blandede skoler (hhv. 37,4 og 40,2 procent).

Generelt ser man i de lande, som deltager i PISA-undersøgelsen, at elever, som går på socialt svage skoler, klarer sig dårligere end elever på skoler med en gennemsnitlig elevbaggrund, der igen klarer sig dårligere end elever på stærke skoler (OECD, 2013, Tabel II.4.5.). Dette kan ses af Tabel 5.6. Ses der på første søjle i tabellen, kan man således se, at danske elever, der går på skoler, hvor eleverne har en gennemsnitlig socioøkonomisk baggrund, scorer 30 point højere i matematik i gennemsnit sammenholdt med elever på skoler, hvor der er mange elever med en svag socioøkonomisk baggrund. Forskellen mellem elever på gennemsnitlige og stærke skoler er på 41 point for de danske elever. For alle udvalgte lande ses et lignende mønster i forskelle mellem skolerne, om end der er tendens til, at forskellene er mindre i de nordiske lande sammenlignet med de øvrige udvalgte vestlige og østasiatiske lande.

Figur 5.5. Fordeling af elever på skoler med forskelligt socioøkonomisk indtag



Kilde: OECD (2013), Tabel II.4.5.

Ses der imidlertid på søjlerne, som viser forskelle i opnået matematikscore, hvor der også er taget højde for elevernes egen personlige socioøkonomiske baggrund og ikke blot sammensætningen på skolen, forsvinder en del af forskellene. I Danmark falder forskellene i scorer mellem de forskellige skoler til hhv. 13 og 22 point. Der er dog stadig signifikante forskelle mellem skolerne i Danmark. Dette betyder, at uanset elevens egen socioøkonomiske baggrund vil denne klare sig noget dårligere i matematik ved at gå på en skole, hvor mange af eleverne har en svag socioøkonomisk baggrund sammenholdt med elever, der går på skoler, hvor mange elever har stærke socioøkonomiske baggrunde. I Finland forsvinder forskellene imidlertid, når der korrigeres for elevens egen socioøkonomiske baggrund. Forskellene forsvinder mellem svage og gennemsnitlige skoler i Norge, Sverige og Island. Dette betyder, at det i de øvrige nordiske lande ikke har betydning for elevernes opnåede matematikfærdigheder, om de går på en skole med relativt mange ressourcetsvage elever eller på en skole, hvor eleverne har gennemsnitlige baggrunde. De forskelle, der ses imellem elevernes opnåede matematikscorer, skyldes således elevernes egne baggrunde og ikke skolens gennemsnitlige socioøkonomiske niveau.

Tabel 5.6 Forskelle i matematikscorer mellem elever på skoler med forskellig socioøkonomisk elevsammensætning – uden og med korrektion for elevens egen socioøkonomiske baggrund

	Forskel i matematikscore mellem elever på skoler, hvor eleverne har gennemsnitlige socioøkonomiske baggrunde				Forskel i matematikscore mellem elever på skoler, hvor eleverne har stærke socioøkonomiske baggrunde			
	Uden social korrektion		Med social korrektion		Uden social korrektion		Med social korrektion	
	Pointforsk el	S.E.	Pointforsk el	S.E.	Pointforsk el	S.E.	Pointforsk el	S.E.
Danmark	<b>30</b>	(5,4)	<b>13</b>	(4,2)	<b>41</b>	(4,6)	<b>22</b>	(4,1)
Norge	<b>16</b>	(8,1)	5	(7,9)	<b>43</b>	(5,6)	<b>28</b>	(5,3)
Sverige	<b>21</b>	(6,5)	9	(5,8)	<b>34</b>	(6,2)	<b>16</b>	(6,0)
Finland	<b>20</b>	(4,9)	7	(4,5)	<b>19</b>	(5,1)	6	(4,3)
Island	<b>20</b>	(4,4)	9	(4,8)	<b>36</b>	(3,2)	<b>24</b>	(3,5)
Tyskland	<b>69</b>	(7,7)	<b>59</b>	(7,9)	<b>72</b>	(6,9)	<b>62</b>	(6,9)
Holland	<b>87</b>	(8,2)	<b>79</b>	(8,1)	<b>65</b>	(9,9)	<b>58</b>	(9,9)
UK	<b>39</b>	(9,1)	<b>24</b>	(7,6)	<b>63</b>	(7,0)	<b>45</b>	(6,6)
USA	<b>50</b>	(7,2)	<b>34</b>	(7,7)	<b>34</b>	(6,5)	<b>14</b>	(6,0)
New Zealand	<b>54</b>	(6,6)	<b>32</b>	(5,6)	<b>60</b>	(6,2)	<b>36</b>	(6,2)
Hong Kong	<b>63</b>	(8,5)	<b>59</b>	(8,4)	<b>42</b>	(9,5)	<b>35</b>	(9,1)
Singapore	<b>35</b>	(3,4)	<b>25</b>	(3,3)	<b>93</b>	(4,4)	<b>73</b>	(4,6)
Shanghai-Kina	<b>70</b>	(8,0)	<b>58</b>	(7,8)	<b>68</b>	(8,2)	<b>60</b>	(8,1)
OECD	<b>47</b>	(1,1)	<b>35</b>	(1,1)	<b>57</b>	(1,1)	<b>41</b>	(1,1)

Kilde: OECD (2013), Tabel II.4.5.

Note: Signifikante forskelle er markeret med fed skrift.

### 5.3.1 Varians i elevernes matematikscore inden for skoler og mellem skoler

Resultaterne ovenfor indikerer, at den samlede varians i elevernes matematikfærdigheder kan henføres til enten forskelle mellem skoler eller forskelle inden for skoler (mellem elever på skolen).

Tabel 5.7 viser den totale varians i elevernes matematikfærdigheder sammenholdt med OECD-gennemsnittet samt sammensætningen af de enkelte landes varians for, hvordan eleverne klarer sig. En total varians under 100 betyder, at variansen – altså størrelsen på afvigelsen fra middelværdien i matematikscorer – er mindre end variansen i det gennemsnitlige OECD-land. En total varians over 100 betyder derimod, at elever i landet har afvigelser fra middelværdien i deres scorer end det gennemsnitlige OECD-land.

Det ses, at Danmark ligger med en total varians, der er ca. 20 procent lavere end OECD-gennemsnittet. Norge, Sverige og Island har en total varians, der ligger tæt på OECD-gennemsnittet. Det ses, at nogle af de lande, hvor eleverne i gennemsnit klarer sig rigtig godt i matematik, også har en noget større varians i scorer end resten af OECD-landene.

Tabellen viser ud over den samlede varians også noget om hvilke forskelle, der kan forklare denne varians. Andelen af variansen i elevernes færdigheder kan skyldes forskelle mellem skoler eller forskelle mellem elever. Den andel af variansen, der skyldes forskelle mellem skoler, kan fortolkes som et mål for den vertikale eller den akademiske inklusion (Monseur and Crahay, 2008). Jo lavere andel af variansen, der forklares af forskelle mellem skoler, des større

vertikal inklusion. De lande, hvor en betydelig varians i elevernes færdigheder ses mellem skoler og mindre varians inden for skoler, kan kendetegnes ved systematisk gruppering af eleverne efter akademisk evne. Det kan også afspejle de valg, familierne træffer vedrørende skole og bopælsområde. Hertil kan der fra politisk side være forskellig praksis vedrørende elevoptag eller fordeling af elever på specifikke skoler. Alt i alt kan det være et tegn på et relativt opdelt skolevæsen. Hvis størstedelen af variansen kan forklares inden for skolen, er det derimod elevspecifikke forhold som forældrebaggrund og interesse for matematik, der spiller ind. Det enkelte lands totale varians i elevfærdigheder spiller ligeledes ind på hvor meget varians, der er at finde på skole- og elevniveau. Således skal tallene for varians mellem skoler og varians indenfor skolerne ses i forhold til hinanden.

I et internationalt perspektiv er Danmark karakteriseret ved at have en forholdsvis lav andel af den samlede varians i elevernes matematikfærdigheder, som skyldes forskelle mellem skoler. Danmark har dog den højeste varians mellem skoler i Norden. Det ses af tabellen, at 13 procent af den danske varians skyldes forskelle mellem skoler. Derimod har Danmark den mindste andel af varians forklaret af forskelle indenfor skolerne blandt de nordiske lande. Vi ligger til gengæld noget over OECD-gennemsnittet, når der ses på hvor meget af den samlede varians, som skyldes forskelle indenfor skolerne (Tabel 5.7) og over lande som Hong Kong og Shanghai-Kina – specielt når tallet sammenlignes med Danmarks lave totale varians.

Når vi ser på Hong Kong, Singapore og Shanghai-Kina, ser vi et noget andet billede. Her har skolen relativt stor sammenhæng med, hvordan eleverne klarer sig, idet en større andel af deres varians ligger mellem skolerne.

Tabel 5.7 Varians i matematikscore i forhold til OECD-gennemsnittet og opdelt ift. varians forklaret på skole- og elevniveau

De enkelte landes varians i matematikscore målt som en procentdel af OECD-gennemsnittet			
	Total varians	Varians imellem skoler	Varians inden for skolerne
Danmark	79,5	13,0	65,8
Norge	96,5	12,3	83,3
Sverige	99,3	12,3	85,7
Finland	85,8	6,3	77,0
Island	99,7	9,8	89,7
Hong Kong - Kina	109,4	46,3	62,8
Singapore	130,9	48,0	82,9
Shanghai - Kina	120,3	56,2	63,7
OECD gennemsnit	100,0	36,8	63,4

Kilde: OECD (2013), Tabel II.2.1a.

## 5.4 Ekstraundervisning og særlige vanskeligheder ved matematik

I dette afsnit kan man læse om følgende resultater

- Matematikfærdigheder blandt elever, som har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af deres skoletid
- Matematikfærdigheder blandt elever, som har svære vanskeligheder i matematik som fx talblindhed

- En karakteristik af disse elever, deres familiemæssige baggrund samt deres holdninger til matematik, deres lærere og deres skole.

I de danske elevspørgeskemaer indgår to spørgsmål til eleverne, som *ikke* indgår i de andre landes elevspørgeskemaer. I det første spørgsmål spørges der, om eleven har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af sin skoletid og i givet fald på hvor mange klassetrin. I det andet spørgsmål spørges der, om eleven har svære vanskeligheder i matematik, som fx dyskalkuli eller talblindhed. I det følgende ses på svarfordelingen på disse to spørgsmål og de tilhørende matematikscorer. Dernæst vil vi give en nærmere karakteristik af hhv. de elever, som har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik, og de elever, som har svære matematikvanskeligheder, med henblik på at vurdere, hvordan de evt. er anderledes end de øvrige elever. Karakteristikken består af en beskrivelse af deres socioøkonomiske og demografiske karakteristika samt deres matematikrelaterede holdninger, deres oplevelse af lærerforholdet og deres skole.

#### 5.4.1 Karakteristik af elever, der har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af skoletiden

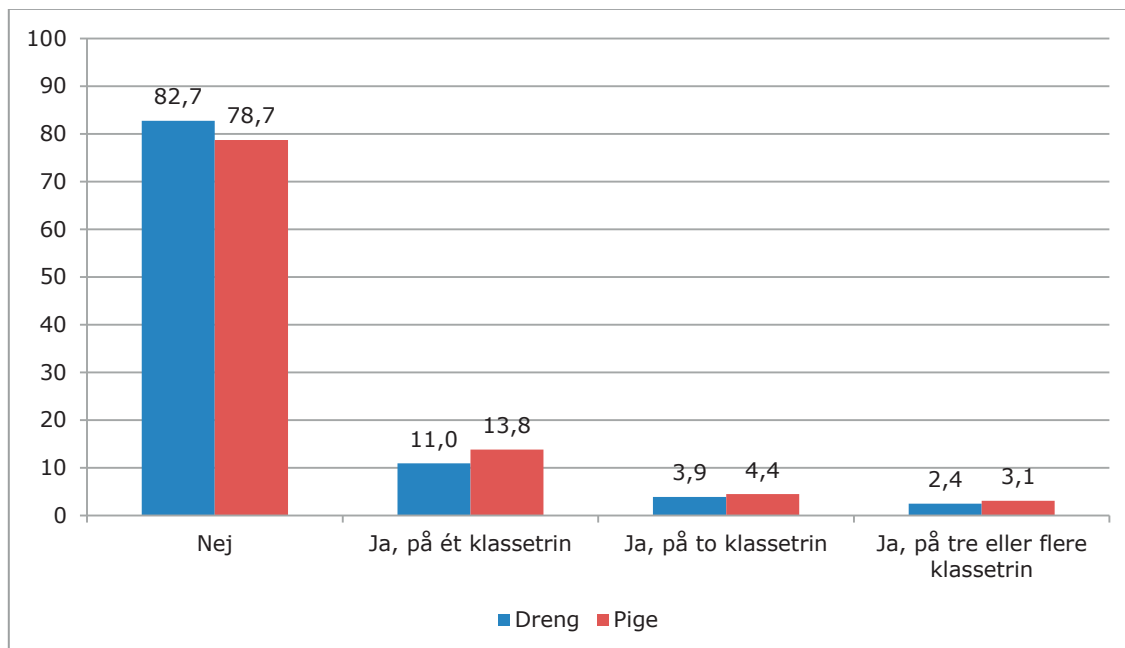
Af *Figur 5.6* kan det ses, at lidt flere piger end drenge har modtaget specialundervisning eller støtte i matematik i løbet af deres skoletid. Godt 21 procent af pigerne har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte, mens det samme gælder for godt 17 procent af drengene. For både piger og drenge gælder det, at over 60 procent af de elever, der har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte, kun har modtaget det på ét klassetrin (64,8 % for pigerne og 63,5 % for drengene). For både piger og drenge, der har modtaget ekstra støtte, er det lidt over 14 procent, som har modtaget det på tre eller flere klassetrin.

Elever, der har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik på et tidspunkt i løbet af deres skoletid, opnår en lavere matematikscore som 15-årige sammenholdt med elever, der ikke har modtaget støtte. Der ses et markant og statistisk signifikant fald i matematikscoren for elever, der har modtaget støtte på et eller flere klassetrin, sammenholdt med elever, der aldrig har modtaget støtte. For drenge ses et fald fra en gennemsnitlig matematikscore på 523 point til 456 pointen – en forskel på 67 point – ved modtagelse af støtte på ét klassetrin sammenholdt med drenge, der ikke har modtaget støtte. Piger, der aldrig har modtaget støtte scorer i gennemsnit 512 point i matematik mod 442 point for piger, der har modtaget støtte på et enkelt klassetrin – en forskel på 70 point. For både drenge og piger ses ligeledes en statistisk signifikant forskel i matematikscoren for elever, der har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte på ét klassetrin sammenholdt med elever, der har fået støtte på tre eller flere klassetrin. Der ses derimod ingen statistisk signifikante forskelle for elever, der har modtaget støtte på ét klassetrin sammenholdt med dem, der har fået støtte på to klassetrin, eller mellem elever, der har fået støtte på to klassetrin sammenholdt med dem, der har fået støtte på tre eller flere klassetrin.

Man skal i tolkningen af resultaterne være opmærksom på, at faldet i matematikscore ved modtagelse af specialundervisning eller ekstra støtte i matematik ikke siger noget om kvaliteten af denne støtte, eller om den har hjulpet. Man må således formode, at det netop er elever med nedsatte matematikfærdigheder, der har modtaget den ekstra støtte, og det er ikke muligt at sige noget om matematikscoren, havde de pågældende elever *ikke* modtaget den ekstra støtte. Tallene viser, at elever, der har modtaget støtte, har lavere matematikfærdigheder sammenholdt med elever, der ikke har modtaget støtte, og således nok også var elever, der havde brug for denne ekstra støtte og undervisning.



Figur 5.6 Fordeling af drenge og piger efter om de har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af skoletiden (y-akse: %)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Antallet af besvarelser i kategorierne 'Ja, på to klassetrin' og 'Ja, på tre eller flere klassetrin' repræsenterer mindre end 5 % af den samlede population for både drenge og piger.

### Andre karakteristika ved elever, der har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik

I Tabel 5.8 og Tabel 5.9 sammenlignes elever, der har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af deres skoletid med elever, der aldrig har modtaget støtte. Søjlen "Alle" viser resultater for alle danske elever i PISA-undersøgelsen samlet. I Tabel 5.8 sammenlignes eleverne i forhold til deres testscorer i matematik, læsning og naturfag. Derefter sammenlignes mht. andelen af piger, etnisk danske, førstegenerationsindvandrere, andengenerationsindvandrere samt elever, som taler et andet sprog end dansk i hjemmet. I Tabel 5.9 sammenlignes i forhold til forskellige PISA-indeksvariable vedrørende elevernes holdninger til matematik, deres lærere og deres skole.

Elever, der har modtaget støtte i matematik, scorer ikke blot lavere gennemsnitligt i matematik, men også i læsning og naturfag sammenlignet med elever, der ikke har modtaget støtte i matematik. Ikke-etnisk danske elever og elever, der taler et andet sprog end dansk i hjemmet, er også overrepræsenteret blandt de elever, der har modtaget støtte. Endelig kommer elever, der har modtaget støtte, oftere fra svagere familier målt på socioøkonomisk status, forældrenes stillings- og uddannelsesnivea samt tilgængeligheden af uddannelsesressourcer og kulturelle besiddelser i hjemmet.

*Tabel 5.8 Testscorer, socioøkonomiske og demografiske karakteristika: En sammenligning af danske elever, som har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i deres skoletid, og elever, som ikke har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte*

	Har du modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af din skoletid			Signifikans
	Alle	Ja	Nej	
Matematikscore	500	441	518	***
Læsescore	503	445	513	***
Naturfagsscore	503	439	519	***
Pige (%)	49,6	54,8	48,3	**
Etnisk dansk (%)	90,8	83,7	91,5	***
Førstegenerationsindvandrere (%)	3,0	5,0	2,5	**
Andengenerationsindvandrere (%)	6,2	8,9	5,5	**
Taler andet sprog end dansk hjemme (%)	4,7	7,1	4,2	***
Socioøkonomisk indeks (1)	0,44	0,13	0,52	***
Forældres højeste stillingskategori (2)	54,99	48,14	56,58	***
Forældres højeste uddannelsesniveau (3)	4,66	4,41	4,72	***
Uddannelsesressourcer i hjemmet (4)	0,37	0,07	0,44	***
Kulturelle besiddelser i hjemmet (5)	-0,06	-0,27	-0,02	***

Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: (1) ESCS, (2) HISEI, (3) HISCED, (4) HEDRES, (5) CULPOS (OECD 2013). Signifikansniveau ved sammenligning af gennemsnitlige værdier i henholdsvis 'Ja'- og 'Nej'-grupperne angives ved: \*0,05-niveau, \*\*0,01-niveau og \*\*\*0,001-niveau.

Af Tabel 5.9 fremgår det, at elever, der ikke har modtaget støtte i matematik, i højere grad end elever, der har modtaget støtte, lærer matematik, fordi de kan lide det, finder matematik vigtigt for deres karrieremuligheder og har forældre, der godt kan lide matematik. Der ses ingen forskel i forhold til, om elevernes forældre synes, det er vigtigt, at de lærer matematik. Samtidig angiver elever, der har modtaget støtte, en mindre positiv holdning til deres skole, en mindre god lærer-elev-relation, en mindre følelse af skoletilhørsforhold samt en mindre følelse af lærerstøtte. Ikke overraskende oplever de derimod en større grad af matematikængstelse. Man skal i tolkningen af resultaterne være opmærksom på, at dette er beskrivende analyser, der ikke siger noget om årsagssammenhænge mellem variablene.

Tabel 5.9 *Holdninger til matematik, lærere og skolen: En sammenligning af danske elever, som har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i deres skoletid, med elever, som ikke har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte*

	Har du modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af din skoletid			Signifikans
	Alle	Ja	Nej	
Jeg lærer matematik, fordi jeg kan lide det <sup>1</sup>	2,71	2,40	2,79	***
At lære matematik er vigtigt for mig, da det vil forbedre mine karrieremuligheder <sup>1</sup>	3,36	3,24	3,39	***
Mine forældre synes, det er vigtigt, at jeg lærer matematik <sup>1</sup>	3,52	3,50	3,53	
Mine forældre kan godt lide matematik <sup>1</sup>	2,94	2,76	2,98	***
Indeks for positiv holdning til skolen	-0,09	-0,21	-0,06	*
Indeks for gode lærer-elev-forhold	0,17	0,01	0,20	**
Indeks for matematikængstelse	-0,52	0,26	-0,69	***
Indeks for følelse af skoletilhørsforhold	-0,05	-0,21	-0,01	***
Indeks for lærerstøtte	0,16	-0,04	0,20	***

Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

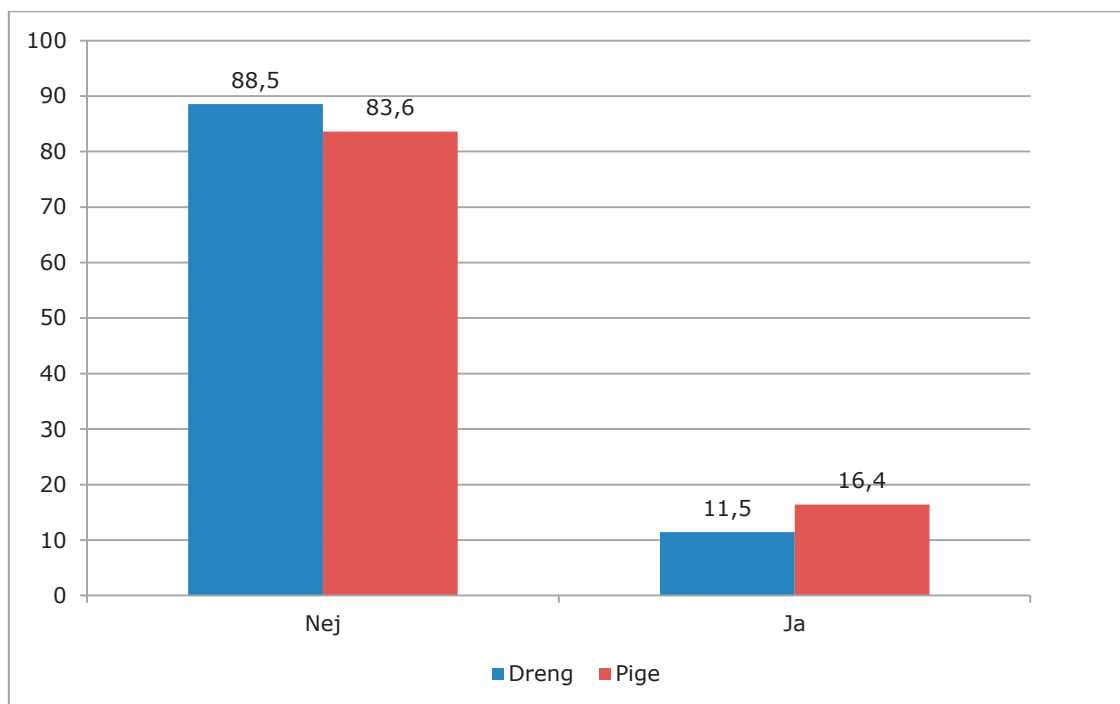
Note: <sup>1</sup>Højere værdier indikerer større enighed med udsagnet.

Signifikansniveau ved sammenligning af gennemsnitlige værdier i henholdsvis 'Ja'- og 'Nej'-grupperne angives ved: \*0,05-niveau, \*\*0,01-niveau og \*\*\*0,001-niveau.

#### 5.4.2 Karakteristik af elever, der har svære vanskeligheder i matematik som fx talblindhed eller dyskalkuli

Flere piger end drenge angiver, at de har svære vanskeligheder i matematik, idet hhv. 16,4 procent af pigerne og 11,5 procent af drengene svarer ja til spørgsmålet (jf. Figur 5.7). Der er derudover ikke overraskende en signifikant sammenhæng mellem svære vanskeligheder i matematik og matematikscoren. For drenge falder den gennemsnitlige matematikscore med 80 point, hvis de har vanskeligheder, mens den for piger falder med 83 point, hvis de har vanskeligheder sammenholdt med hhv. drenge og piger uden vanskeligheder i matematik.

Figur 5.7 Fordeling af drenge og piger, efter om de har svære vanskeligheder i matematik (y-akse: %)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

#### Andre karakteristika ved elever, der har svære vanskeligheder i matematik

som for modtagelse af specialundervisning og ekstra støtte i matematik ses herefter i Tabel 5.10 og Tabel 5.11 på forskelle i andre karakteristika ved elever, der angiver, at de har svære vanskeligheder i matematik sammenholdt med elever uden vanskeligheder. Af Tabel 5.10 kan man se, at elever med svære vanskeligheder i matematik ikke blot scorer gennemsnitligt lavere i matematik, men også i læsning og naturfag sammenholdt med elever, der ikke angiver at have svære vanskeligheder i matematik. Piger og ikke-etniske danskere er noget overrepræsenteret blandt elever, der har vanskeligheder i matematik. Derudover hænger den familiemæssige baggrund sammen med elevernes sandsynlighed for at have vanskeligheder i matematik, idet elever fra mere ressourcetsvage familier oftere angiver at have svære vanskeligheder i matematik.

I Tabel 5.11 ses på sammenhængen mellem vanskeligheder og elevernes holdninger til matematik, deres lærere og deres skole. Måske ikke så overraskende har elever uden vanskeligheder en mere positiv holdning til matematik, mindre ængstelse overfor matematik og har også forældre med en mere positiv holdning til matematik. Det ses også, at elever uden vanskeligheder har en mere positiv holdning overfor deres skole, et større skoletilhørsforhold samt en bedre lærer-elev-relation og føler en større støtte fra deres lærere.

*Tabel 5.10 Testscorer, socioøkonomiske og demografiske karakteristika: En sammenligning af danske elever, som har svære vanskeligheder i matematik, med elever, som ikke har svære vanskeligheder i matematik*

	Har du svære vanskeligheder i matematik			
	Alle	Ja	Nej	Signifikans
Matematikscore	500	432	515	***
Læsescore	503	435	511	***
Naturfagsscore	504	431	515	***
Pige (%)	49,3	58,2	47,9	***
Etnisk dansk (%)	90,8	84,4	91,0	***
Førstegenerationsindvandrere (%)	3,0	5,2	2,6	**
Andengenerationsindvandrere (%)	6,2	8,0	5,9	**
Taler andet sprog end dansk hjemme (%)	4,7	7,5	4,0	***
Socioøkonomisk indeks (1)	0,45	0,06	0,51	***
Forældres højeste stillingskategori (2)	55,06	46,87	56,34	***
Forældres højeste uddannelsesniveau (3)	4,66	4,32	4,72	***
Uddannelsesressourcer i hjemmet (4)	0,38	0,00	0,44	***
Kulturelle besiddelser i hjemmet (5)	-0,06	-0,33	-0,02	***

Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: (1) ESCS, (2) HISEI, (3) HISCED, (4) HEDRES, (5) CULPOS (OECD 2013). Signifikansniveau ved sammenligning af gennemsnitlige værdier i henholdsvis 'Ja'- og 'Nej'-grupperne angives ved: \*0,05-niveau, \*\*0,01-niveau og \*\*\*0,001-niveau.

*Tabel 5.11 Holdninger til matematik, lærere og skolen: En sammenligning af danske elever, som har svære vanskeligheder i matematik, med elever, som ikke har svære vanskeligheder i matematik*

	Har du svære vanskeligheder i matematik			
	Alle	Ja	Nej	Signifikans
Jeg lærer matematik, fordi jeg kan lide det	2,71	2,42	2,76	***
At lære matematik er vigtigt for mig, da det vil forbedre mine karrieremuligheder	3,36	3,24	3,38	**
Mine forældre synes, det er vigtigt, at jeg lærer matematik	3,52	3,43	3,54	*
Mine forældre kan godt lide matematik	2,94	2,73	2,97	***
Indeks for positiv holdning til skolen	-0,09	-0,42	-0,04	***
Indeks for gode lærer-elev-forhold	0,17	-0,13	0,21	***
Indeks for matematikængstelse	-0,52	0,48	-0,67	***
Indeks for følelse af skoletilhørsforhold	-0,05	-0,32	0,00	***
Indeks for lærerstøtte	0,16	-0,16	0,21	***

Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: <sup>1</sup>Højere værdier indikerer større enighed med udsagnet.

Signifikansniveau ved sammenligning af gennemsnitlige værdier i henholdsvis 'Ja'- og 'Nej'-grupperne angives ved: \*0,05-niveau, \*\*0,01-niveau og \*\*\*0,001-niveau.

## 5.5 Indlæringsmiljø og skolemiljø

Et vigtigt aspekt ved et succesfuldt skoleforløb er det skole- og læringsmiljø, eleverne møder og er en del af på skolen. I PISA-undersøgelserne søges de forskellige lande og skolars læringsmiljøer derfor indfanget gennem en række forskellige spørgsmål. Skolemiljø indbefatter ikke blot normer og værdier i forhold til læring, men også karakteren og kvaliteten af elev-lærer-relationen og den generelle atmosfære på skolen (OECD, 2013). Forskning, der beskæftiger sig med skolars effektivitet, har fundet, at læring fordrer ordnede forhold, fokus på samarbejde både i og udenfor klasseværelset, samt at eleverne føler sig støttet af deres lærere (Jennings and Greenberg, 2009; Lee and Smith, 1993; 1995; 1997). Faglighed og elevernes præstationer skal værdsættes af både elever og lærere (Scheerens and Bosker, 1997; Sammons, 1999).

Med dette for øje vil der i de følgende afsnit blive set på forskellige aspekter vedrørende elevernes indlærings- og skolemiljø og dettes sammenhæng med elevernes matematiskscore. Indlærings- og skolemiljø indfanges gennem en bred vifte af faktorer i PISA-undersøgelsen. For eleverne ses på deres tilgang til udeblivelse og det at komme for sent i skole og deres oplevelse af disciplinen i matematiktimerne samt lærer-elev-relationen. Derudover har skolelederne svaret på en række spørgsmål om elevfaktorer og lærerfaktorer med mulig betydning for elevernes indlæring samt lærermoral på skolen. Der foretages korrektioner for elevernes socioøkonomiske baggrund for nogle af sammenhængene, da denne ofte hænger sammen med indlæringsmiljøet.

I dette afsnit kan man læse om følgende vedrørende indlærings- og skolemiljøet:

- At komme for sent i skole og udeblive fra undervisning
- Det disciplinære miljø i klasserne
- Lærer-elev-relationen
- Lærerens forventninger til, udfordring af og ambitioner for eleven
- Lærerfaktorer som rapporteret af skolelederen
- Svarfordelinger indenfor de forskellige områder samt sammenhænge med matematikfærdigheder
- En samlet analyse af de forskellige faktorerers sammenhæng med matematikfærdigheder med inddragelse af socioøkonomisk baggrund for elever og skoler.

### 5.5.1 At komme for sent og udeblive fra undervisning

At komme for sent i skole eller udeblive fra undervisning har en negativ sammenhæng med matematikscoren i de forskellige deltagende lande i PISA-undersøgelsen (OECD, 2013). Det følgende afsnit vil derfor koncentrere sig om de danske elevers mødefrekvens.

Man kan af Tabel 5.12 se, at 61,5 procent af de danske elever ikke er kommet for sent i skole indenfor de seneste to uger. Dog er 26,3 procent kommet for sent i skole én til to gange, mens 4,6 procent er kommet for sent minimum fem gange i løbet af de to uger. I Norge er det 70,0 procent, i Sverige 44,4 procent og i Finland 57,0 procent af eleverne, der ikke er kommet for sent i skole indenfor de seneste to uger. I Shanghai-Kina, Singapore og Hong Kong ligger de tilsvarende procenter på 83,4, 79,4 og 85,4 (OECD, 2013, Tabel IV.88).

90,4 procent af de danske elever angiver ikke at have pjækket fra skole i løbet af de seneste to uger, mens 83,7 procent ikke har pjækket fra en time de seneste to uger. For disse spørgsmål er variationen ikke så stor mellem de forskellige lande. Shanghai-Kina og Hong Kong ligger dog

blandt de lande med mindst udeblivelse, idet hhv. 99,3 procent og 96,0 procent af eleverne herfra ikke har misset en hel skoledag, og 96,6 og 96,9 ikke har pjækket fra en time indenfor de seneste to uger (OECD, 2013, Tabel IV.90).

Tabel 5.12 Elever opdelt efter antallet af gange, de indenfor de seneste to uger ...

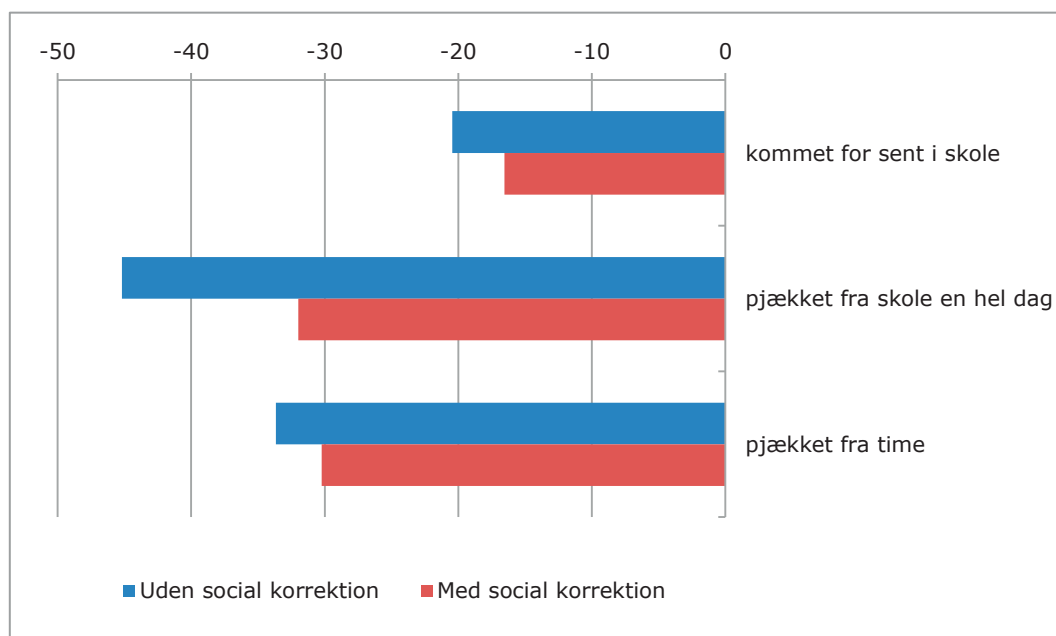
	Ingen gange		En til to gange		Tre til fire gange		Fem eller flere gange	
	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
... er kommet for sent i skole	61,5	(1,1)	26,3	(0,7)	7,5	(0,4)	4,6	(0,4)
... har pjækket fra skole en hel dag	90,4	(0,6)	7,8	(0,5)	1,3	(0,2)	0,6	(0,1)
... har pjækket fra en time	83,7	(0,9)	13,7	(0,7)	1,8	(0,3)	0,9	(0,2)

Kilde: OECD (2013), Tabel IV.88 og Tabel IV.90.

Der ser ud til at være en sammenhæng mellem matematikscore og elevernes udeblivelse samt det at komme for sent i skole.

Af Figur 5.8 fremgår det, at elever, der er kommet for sent eller er udeblevet fra undervisning, opnår en signifikant lavere matematikscore end elever, der ikke er kommet for sent eller udeblevet fra undervisning. Størsteparten af forskellene bibeholdes, selvom der foretages korrektion for forskellige socioøkonomiske forhold.

Figur 5.8 Pointforskel i matematikscore opdelt efter om eleven mindst én gang i løbet af de seneste to uger er kommet for sent eller har pjækket fra undervisning sammenholdt med elever, der ikke er kommet for sent eller har pjækket – uden og med social korrektion (x-akse: Pointforskel i matematikscore)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Korrigeret for køn, forældres højeste uddannelse (målt i antal år), forældres højeste stilling, barn af enlig forælder, etnicitet (dummies for første- og andengenerationsindvandrere) og sprog talt i hjemmet.

Denne sammenhæng mellem elevernes mødefrekvens og matematikscoren er ikke kun at finde på individniveau, men også på skoleniveau i mange af deltagerlandene (OECD, 2013,

Tabel IV.186). Andelen af elever på skolen, der kommer sent, giver en indikation på læringsmiljøet. Jo flere elever på skolen, der møder sent eller udebliver fra undervisning, des lavere matematiskscore.

For Danmark ses en vis spredning i andelen af elever på skolerne, der kommer for sent eller pjækker fra undervisning. Som det kan ses i

Tabel 5.13 nedenfor, oplever 23 procent af eleverne, at over 50 procent af eleverne på deres skole er kommet for sent minimum én gang indenfor de seneste to uger. 4,1 procent af eleverne har under 10 procent skolekammerater, der er kommet for sent indenfor perioden. 4,1 procent af eleverne oplever, at over 50 procent af deres skolekammerater er udeblevet fra undervisning, mens 21,9 procent oplever, at under 10 procent af deres skolekammerater udebliver fra undervisning. I tabel 6.16 senere i kapitlet undersøges sammenhængen mellem andelen af elever på skolen, der kommer for sent eller udebliver fra undervisning, og matematiskscoren, mens der samtidig tages højde for andre faktorer ved skole- og undervisningsmiljøet.

*Tabel 5.13 Elever opdelt efter hvor stor en procentdel af skolens elever, der rapporterer indenfor de seneste to uger...*

	Over 50%		Mellem 25 og 50%		Mellem 10 og 25%		10% eller derunder	
	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
... at være kommet for sent i skole mindst én gang	23,0	(2,8)	52,3	(3,3)	20,6	(2,8)	4,1	(1,5)
... at have pjækket en skoledag eller en time mindst én gang	4,1	(1,2)	31,6	(3,1)	42,5	(3,5)	21,9	(3,2)

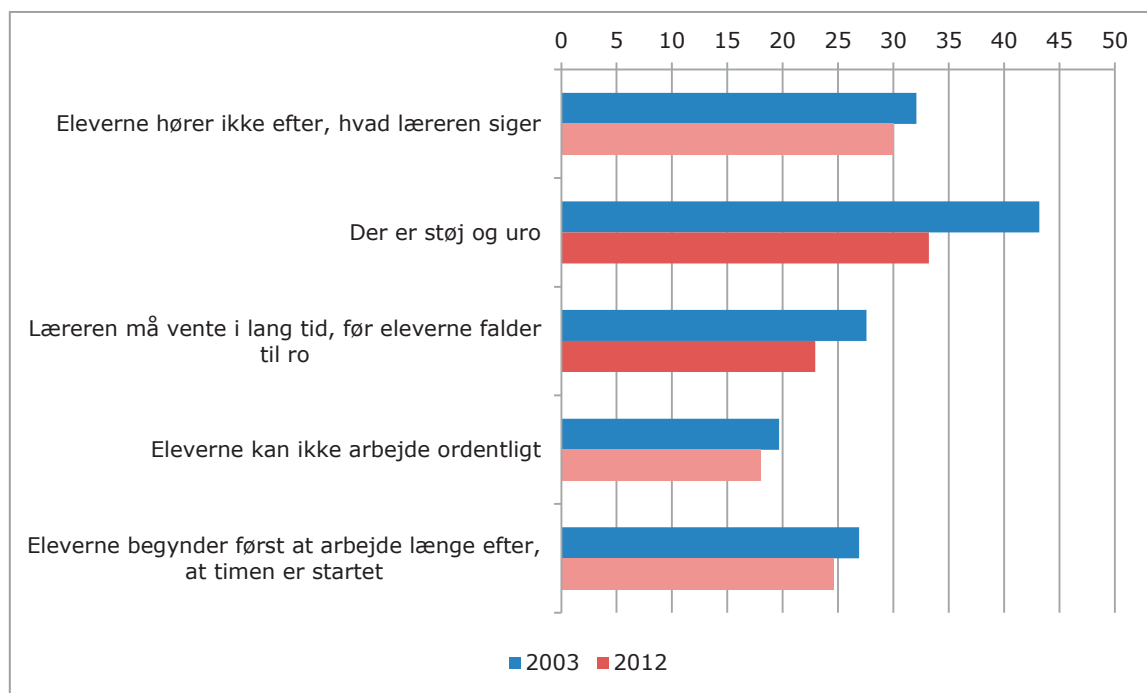
Kilde: OECD (2013), Tabel IV.180 og Tabel IV.182.

## 5.5.2 Disciplinært miljø

Det disciplinære miljø i timerne på både individuelt og skoleniveau har tidligere vist sig at have en sammenhæng med elevernes matematikfærdigheder (Mejding, 2004; OECD, 2013). Eleverne er derfor endnu en gang blevet stillet en række spørgsmål om disciplinen i timerne, og hvor tit følgende sker: eleverne hører ikke efter, hvad læreren siger; der er støj og uro; læreren må vente lang tid, før eleverne falder til ro; eleverne kan ikke arbejde ordentligt; eleverne begynder først at arbejde lang tid efter, at timen er startet. Flest disciplinære problemer ses i forhold til støj og uro i timerne (Figur 5.9). 33,2 procent af eleverne oplever problemer hermed i de fleste eller hver time. Dog ser der ud til at være sket en forbedring i forhold til elevernes oplevelse af støj og uro mellem 2003 og 2012. Også færre af eleverne i 2012 sammenholdt med eleverne i 2003 rapporterer, at læreren må vente i lang tid, før eleverne falder til ro. Det er dog stadig 22,9 procent af eleverne i 2012, der ofte oplever, at læreren må vente i lang tid, før eleverne falder til ro.



Figur 5.9 Andel elever i 2003 og 2012, der i hver time/de fleste timer oplever, at...

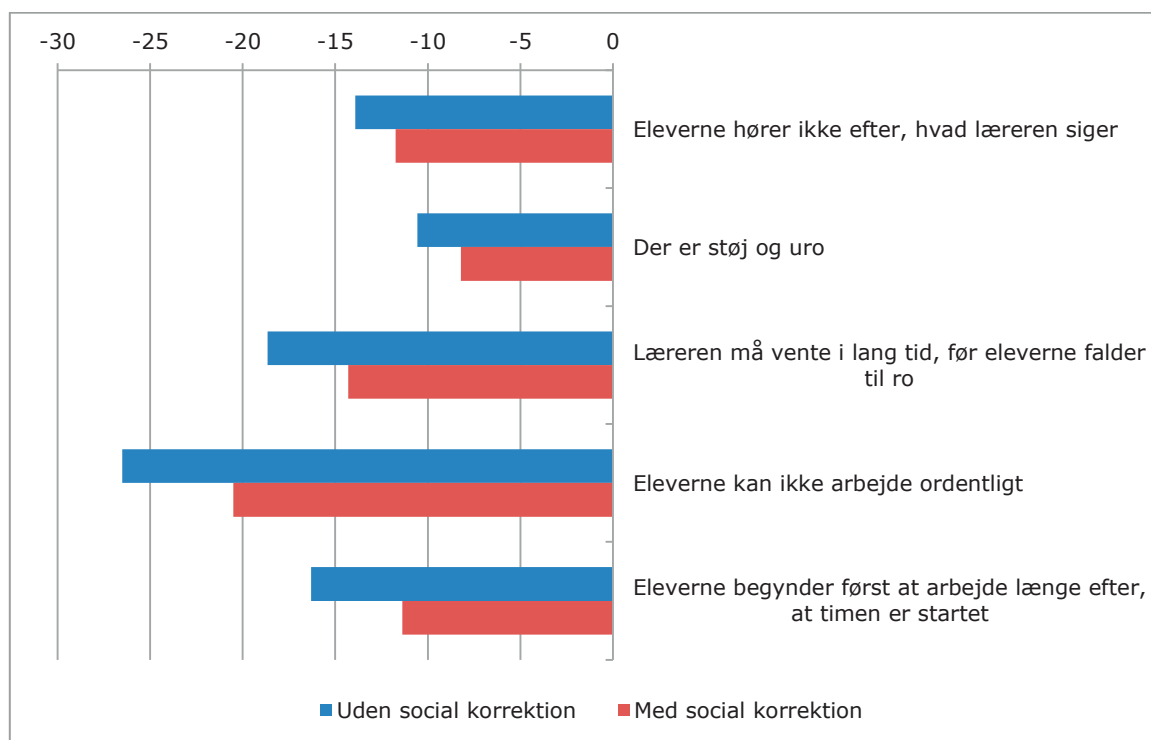


Kilde: OECD (2013) Tabel IV.151.

Note: Signifikante forskelle mellem 2003 og 2012 er markeret med mørkere farve.

Der er en signifikant sammenhæng mellem matematikscoren og alle de disciplinære parametre. Elever, der aldrig eller nogle gange oplever disciplinære problemer i matematiktimerne, opnår gennemsnitligt højere matematikscorer sammenholdt med elever, der oplever disciplinære problemer i hver eller de fleste matematiktimer (Figur 5.10). En stor del af forskellene bibeholdes, selvom der korrigeres for udvalgte faktorer vedrørende elevernes socioøkonomiske forhold som forældreuddannelse og etnicitet.

Figur 5.10 Pointforskel i matematikscore i 2012 opdelt efter elever, der altid/i de fleste timer oplever de disciplinære problemer sammenholdt med elever, der aldrig/nogle gange oplever dem – uden og med social korrektion (x-akse: Pointforskel i matematikscore)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Korrigeret for køn, forældres højeste uddannelse (målt i antal år), forældres højeste stilling, barn af enlig forælder, etnicitet (dummies for første- og andengenerationsindvandrere) og sprog talt i hjemmet. Alle forskelle er markeret med mørk farve og er statistisk signifikante.

### 5.5.3 Lærer-elev-relationen

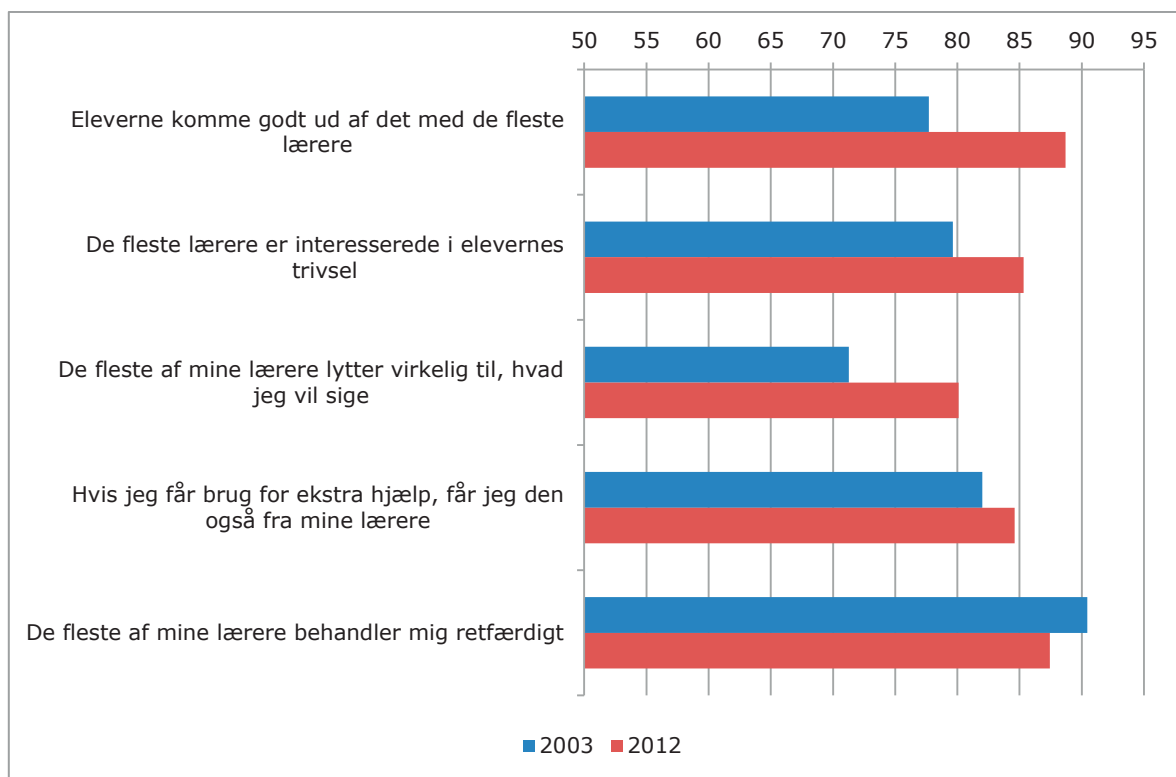
Det er i tidligere PISA-rapporter blevet påvist, at elever i et skolemiljø, hvor der er gode lærer-elev-relationer, hvor der forventes noget af eleverne, og hvor der er et produktivt miljø i klasseværelset, klarer sig bedre end elever uden sådan et miljø (OECD, 2013). Forskning har fundet, at elever, specielt svagere elever, lærer mere og har færre disciplinære problemer, hvis de føler, at deres lærere tager dem seriøst (Gamoran, 1993), og når de føler, at de har et bånd til deres lærer (Crosnoe et al., 2004).

Det følgende afsnit vil derfor se på forskellige aspekter ved lærer-elev-relationen på skolen som rapporteret af eleverne. I Figur 5.11 ses andelen af elever, der er meget enige eller enige i forskellige udsagn angående relationen til deres lærer. Overordnet set oplever de fleste elever at have en god relation til deres lærer. For de fleste af udsagnene ser der ligeledes ud til at være sket en positiv fremgang fra 2003 til 2012.

Elevernes opfattelse af lærer-elev-relationen varierer både mellem elever og mellem skoler. I Danmark, som i de andre OECD-lande, ses det meste af variationen indenfor skolerne. Dvs., der er stor forskel på, hvordan elever på samme skole oplever relationen med deres lærere – større forskel end der ses mellem skoler. For Danmark forklares 8,2 procent af variationen i

svarene af forskelle mellem skoler, mens de resterende 91,8 procent af variationen forklares af forskelle mellem eleverne (OECD, 2013, Tabel IV.152).

Figur 5.11 Andel elever i 2003 og 2012, der er meget enige/enige i, at...

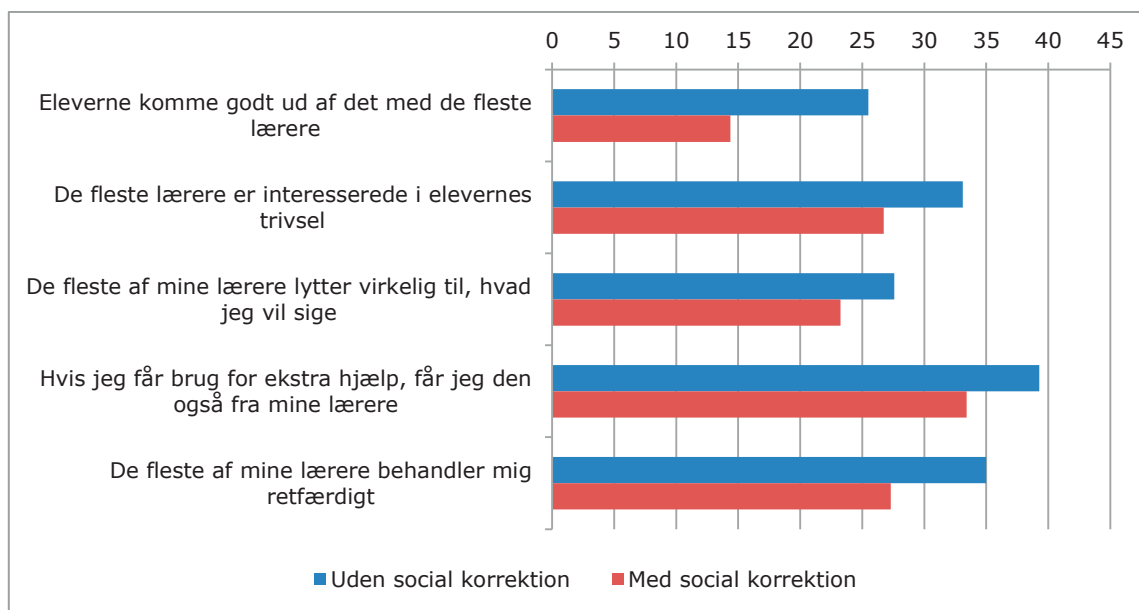


Kilde: OECD (2013) Tabel IV.153.

Note: Alle forskelle mellem 2003 og 2012 er markeret med mørk farve og dermed signifikante.

Af Figur 5.12 fremgår det, at elever, der oplever gode lærer-elev-forhold opnår højere gennemsnitlige matematikscorer sammenholdt med elever, der oplever dårligere lærer-elev-forhold. Sammenhængene er mindre tydelige, når der foretages sociale korrektioner, om end de stadig er statistisk signifikante. Igen gøres opmærksom på, at analyserne ikke viser, om gode lærer-elev-relationer giver bedre matematiske færdigheder, eller om bedre færdigheder giver bedre lærer-elev-relationer.

Figur 5.12 Pointforskel i matematikscore i 2012 opdelt efter elever, der er meget enige/enige i udsagnene sammenholdt med elever, der er uenige/meget uenige i dem – uden og med social korrektion (x-akse: Pointforskel i matematikscore)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Korrigeret for køn, forældres højeste uddannelse (målt i antal år), forældres højeste stilling, barn af enlig forælder, etnicitet (dummies for første- og andengenerationsindvandrere) og sprog talt i hjemmet.

#### 5.5.4 Lærerens forventninger til, udfordring af og ambitioner for eleven

I den danske PISA-undersøgelse stilles en række spørgsmål til eleverne om deres oplevelser af deres lærers forventninger til dem, om de bliver fagligt udfordret af læreren, og om læreren har ambitioner på deres vegne. Disse spørgsmål indgår ikke i de andre landes spørgeskemaer. Tabel 5.14 viser, at størsteparten af eleverne er meget enige eller enige i, at deres lærer udfordrer dem fagligt og har høje forventninger og ambitioner på deres vegne. Læg mærke til, at det sidste spørgsmål er omvendt formuleret og spørger til manglende udfordring i modsætning til de tre første. Mellem 18 og 29 procent af eleverne giver negative besvarelser på de forskellige spørgsmål.

Tabel 5.14 Elever opdelt efter enighed i følgende udsagn ...

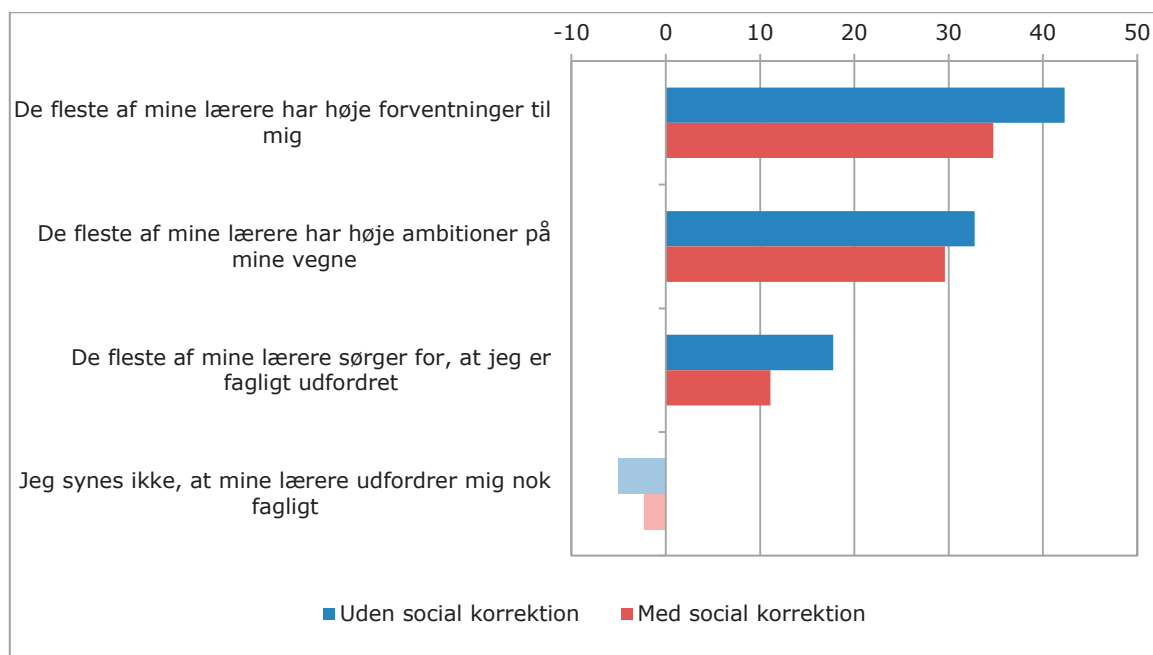
	Meget enig		Enig		Uenig		Meget uenig	
	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
De fleste af mine lærere har høje forventninger til mig	18,8	(0,8)	60,7	(1,0)	19,6	(0,8)	0,9	(0,2)
De fleste af mine lærere har høje ambitioner på mine vegne	13,3	(0,7)	57,2	(0,9)	28,1	(0,8)	1,4	(0,2)
De fleste af mine lærere sørger for, at jeg er fagligt udfordret	15,4	(0,6)	66,4	(0,9)	16,8	(0,8)	1,4	(0,2)
Jeg synes ikke, at mine lærere udfordrer mig nok fagligt	4,0	(0,4)	14,7	(0,7)	64,8	(0,9)	16,4	(0,8)

Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Lærerens forventninger, ambitioner for eleven og faglige udfordring hænger sammen med elevernes matematikfærdigheder (Figur 5.13). For de tre første spørgsmål ses tydeligt, at for elever, der er meget enige eller enige i udsagnene, er matematikscoren gennemsnitligt højere

sammenholdt med elever, der er uenige eller meget uenige i udsagnet. Det er dog ikke muligt ud fra analysen at sige, om det er lærerens tilgang, der har en positiv effekt på matematiskscoren, eller om elever med gode matematikfærdigheder mødes med højere forventninger osv.

Figur 5.13 Pointforskel i matematikscore i 2012 opdelt efter elever, der er meget enige/enige i udsagnene sammenholdt med elever, der er uenige/meget uenige med udsagnene – uden og med social korrektion (x-akse: Pointforskel i matematikscore)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Korrigeret for køn, forældres højeste uddannelse (målt i antal år), forældres højeste stilling, barn af enlig forælder, etnicitet (dummies for første- og andengenerationsindvandrere) og sprog talt i hjemmet.

Signifikante sammenhænge er markeret med mørkere farve.

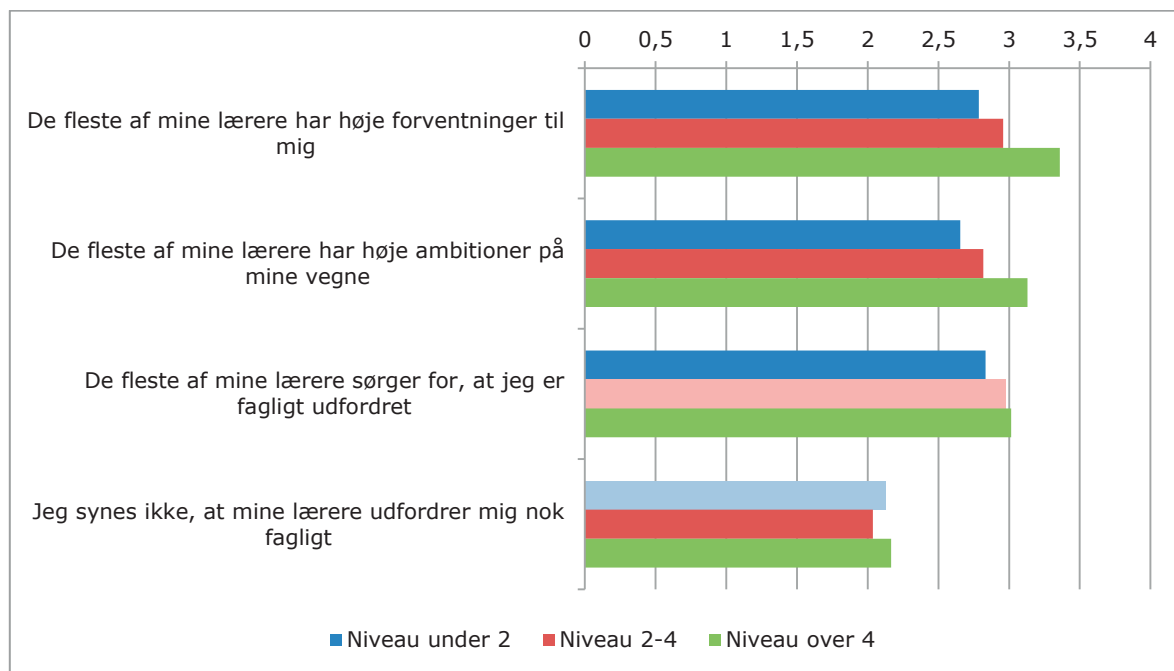
Lærerens forventninger, ambitioner for eleven og faglige udfordring hænger sammen med elevernes matematikfærdigheder (Figur 5.13). For de tre første spørgsmål ses tydeligt, at for elever, der er meget enige eller enige i udsagnene, er matematikscoren gennemsnitligt højere sammenholdt med elever, der er uenige eller meget uenige i udsagnet. Det er dog ikke muligt ud fra analysen at sige, om det er lærerens tilgang, der har en positiv effekt på matematiskscoren, eller om elever med gode matematikfærdigheder mødes med højere forventninger osv.

Figur 5.13 viser også, at der ingen sammenhæng er mellem opnået matematikscore og elevens enighed i, at lærerne *ikke* udfordrer dem nok fagligt. I

Figur 5.14 er elevernes gennemsnitlige enighed med udsagnene opgjort alt efter elevernes færdighedsniveau. Her kan man se, at elever med et færdighedsniveau over niveau 4 gennemsnitligt set er mest enige i udsagnene. Dette kunne tyde på, at elever, der ligger på et højt færdighedsniveau, også mødes med højere forventninger og ambitioner fra lærerens side, lige så vel som at det er højere forventninger og ambitioner, som medvirker til elevernes øgede færdighedsniveau.

For udsagn 4 ses ingen signifikant forskel i gennemsnittet for elever på laveste og højeste færdighedsniveau, der dermed er lige enige (og uenige) i udsagnet om, at de ikke bliver udfordret nok fagligt af deres lærere. Derfor også den mangelen sammenhæng med matematikscoren i Figur 5.13 for dette udsagn

Figur 5.14 Gennemsnitlig score for udsagnene fordelt på færdighedsniveau. Højere værdier indikerer større enighed



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Signifikante forskelle er markeret med mørkere farve. Elever over Niveau 4 er referencekategori.

### 5.5.5 Lærerfaktorer som rapporteret af skolelederen

I tillæg til elevernes egne læringsstrategier, tilgang til og oplevelse af undervisningen undersøger PISA også en række aspekter ved indlæringsmiljøet og skolemiljøet som oplevet af skolelederen. Heriblandt ses på faktorer angående lærerrelaterede forhold (for eksempel mangelfuld lærerforberedelse, lave lærerforventninger til eleverne, og at eleverne ikke bliver opmuntret til at yde deres bedste).

I det følgende ses på enkelte af de parametre, der indgår i skolelederens vurdering af lærerfaktorer, med mulig betydning for elevernes indlæring. Mere specifikt undersøges, i hvor høj grad skolelederne mener, at eleverne ikke bliver opmuntret til at yde deres bedste, at der er et dårligt forhold mellem lærere og elever, at lærerne har lave forventninger til eleverne, og at lærerne ikke tager hensyn til elevernes individuelle behov (Tabel 5.15).

Overordnet set, finder skolelederne relativt sjældent, at de pågældende parametre hæmmer elevernes indlæring. Langt størsteparten af skolelederne svarer således "slet ikke" eller "meget lidt" til spørgsmålene. Kun 3,0 procent af eleverne har en skoleleder, der mener, at dårlige lærer-elev-relationer i et vist omfang har betydning for elevernes indlæring. 14,2 procent af eleverne har en skoleleder, der mener, at manglende opmuntring i et vist omfang har betydning for elevernes indlæring. Svarkategorien "Meget" bliver stort set ikke brugt af skolelederne.

Tabel 5.15 I hvor høj grad mener skolelederen, at elevernes indlæring hæmmes af ...

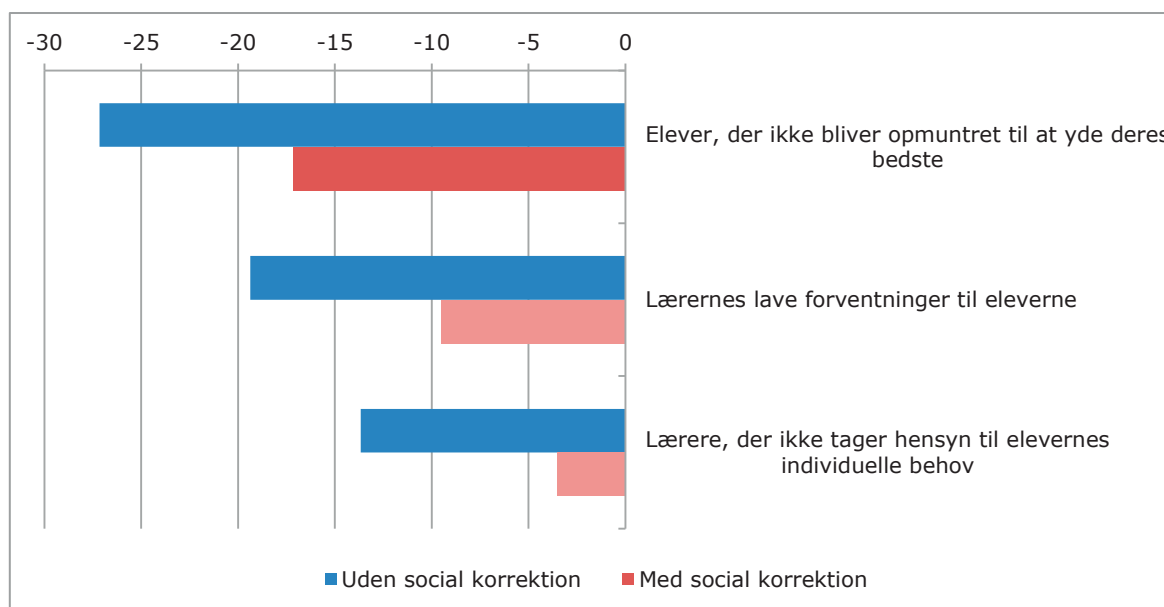
	Slet ikke		Meget lidt		I et vist omfang		Meget	
	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
Elever, der ikke bliver opmuntret til at yde deres bedste	30,2	(3,3)	56,0	(3,7)	13,7	(2,6)	0,1	(0,0)
Dårligt forhold mellem elever og lærere	29,5	(3,0)	67,6	(3,1)	3,0	(1,1)	0,0	(0,0)
Lærernes lave forventninger til eleverne	52,3	(3,4)	38,8	(3,2)	8,8	(2,1)	0,0	(0,0)
Lærere, der ikke tager hensyn til elevernes individuelle behov	33,3	(3,1)	52,5	(3,4)	14,2	(2,6)	0,0	(0,0)

Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Selvom relativt få af skolelederne mener, de pågældende lærerfaktorer hæmmer elevernes læring, ses alligevel en sammenhæng mellem faktorerne og elevernes matematiskfærdigheder.

Af Figur 5.15 kan det ses, at eleverne scorer lavere i matematiktesten, hvis deres læring, ifølge skolelederen, bliver hæmmet af det pågældende parameter. Sammenhængen forsvinder imidlertid for to af parametrene, når der korrigeres for udvalgte sociale forskelle. Kun i forhold til om skolelederen mener, at manglende opmuntring fra læreren hæmmer elevernes indlæring, ses stadig en signifikant sammenhæng med matematikscoren efter foretagelse af social korrektion.

Figur 5.15 Pointforskel i matematikscore i 2012 opdelt efter om skolelederen mener, at elevernes indlæring hæmmes af nedenstående i et vist omfang/meget sammenholdt med meget lidt/slet ikke – uden og med social korrektion (x-akse: Pointforskel i matematikscore)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Signifikante sammenhænge er markeret med mørkere farve.

Parameteret angående lærer-elev forholdet er ikke medtaget i denne analyse, da under 5 % af eleverne har en skoleleder, der mener, dette hæmmer deres indlæring.

Korrigeret for køn, forældres højeste uddannelse (målt i antal år), forældres højeste stilling, barn af enlig forælder, etnicitet (dummies for første- og andengenerationsindvandrere) og sprog talt i hjemmet.

### 5.5.6 Samlet analyse af forskellige aspekter ved indlærings- og skolemiljøet

I *Tabel 5.16* analyseres sammenhængen mellem matematiskscoren og en række af de forskellige faktorer ved indlærings- og skolemiljøet samlet set. Der ses på betydningen af andelen af elever på skolen, der møder for sent i skole, andelen af elever på skolen, der pjækker fra undervisning, et indeks for lærer-elev-relationen på skolen som rapporteret af eleverne, et indeks for det disciplinære klima på skolen som rapporteret af eleverne, et indeks for lærerrelaterede forhold som rapporteret af skolelederen, et indeks for elevrelaterede forhold som rapporteret af skolelederen (dette dækker bl.a. over elevfravær, mangel på respekt for lærere, klasseforstyrrelse og mobning af andre elever) og et indeks for lærernes moral som rapporteret af skolelederen (bl.a. om lærerne er entusiastiske i forhold til deres arbejde, og om de sætter standarder for elevernes arbejde). Der er signifikante indbyrdes korrelationer mellem langt de fleste af de forskellige faktorer (OECD, 2013, Tabel IV.199).

Alle faktorer er på skoleniveau, da der for elevrapporterede faktorer ses på skolegennemsnit. Dermed søges det overordnede lærings- og skolemiljø undersøgt. Dvs. hvilke faktorer på skoleniveau, der hænger sammen med elevernes matematikscore.

Analysen foretages med og uden inddragelse af socioøkonomiske forskelle eleverne og skolerne imellem. Således viser PISA-undersøgelsen, at elevernes læringsmiljø hænger sammen med deres socioøkonomiske baggrund, og at begge disse faktorer samtidig korrelerer med matematikfærdighederne. Dette kan fx skyldes, at elever fra ressourcestærke familier er mere disciplinerede og har andre, mere positive forventninger til skolemiljøet. Samtidig vælger ressourcestærke forældre måske i højere grad deres børns skole ud fra skolens læringsmiljø, og de går op i lærerengagement og disciplinen på skolen ved denne udvælgelse. Omvendt kan det tænkes, at skoler, hvor eleverne i højere grad kommer fra mere ressourcetsvage hjem, ikke i samme omfang oplever et pres fra forældre i forhold til at sikre disciplin i klassen eller skolens og lærernes involvering i eleverne. Det er derfor vigtigt at tage højde for socioøkonomiske forskelle elever og skoler imellem i analyser af læringsmiljøet og dets sammenhæng med matematikscoren.

Man kan af *Tabel 5.16* se, at andelen af elever, der ikke har sprunget en skoledag over, samt det generelle disciplinære klima på skolen har en signifikant positiv sammenhæng med elevernes matematikscore, når der analyseres på de forskellige skole- og læringsfaktorer samtidigt. Jo mindre en andel af elever på skolen, der er udeblevet fra undervisning, og jo bedre et disciplinært miljø på skolen, des flere matematikpoint opnås. Tabellen viser imidlertid også, at de forskellige socioøkonomiske forhold spiller en væsentlig rolle for disse sammenhænge. Således forsvinder den statistisk signifikante sammenhæng mellem udeblivelse og matematikscoren, når der tages højde for forskelle i socioøkonomi. Dette resultat viser, at det oftere er mere ressourcetsvage elever, der udebliver fra undervisning, og at det er deres ressourcemæssige baggrund, der har betydning for matematikscoren og ikke skolens elevers udeblivelsesprocent. Om end sammenhængen mellem det disciplinære klima på skolen og matematikscoren falder lidt i estimatet, forbliver sammenhængen stadig statistisk signifikant, selvom der kontrolleres for elev- og skolebaggrund.

Der skal i fortolkningen af ovenstående analyse huskes på, at analysen kun dækker over de indbyrdes sammenhænge mellem de specifikke, medtagne parametre og faktorer. Det kan således tænkes, at der findes andre bagvedliggende faktorer, som kan påvirke de påviste sammenhænge. Derudover ses på *skoleforhold* og *skolegennemsnit* med mulig betydning for elevernes matematikscore i analysen. Således kan fx et skolegennemsnit for lærer-elev-relationen afvige fra den oplevelse, den enkelte elev har af lærer-elev-relationen, og den sammenhæng der er mellem dette og matematikscoren for den enkelte elev. Som beskrevet i afsnit 0 er størsteparten af variationen i lærer-elev-relationen at finde indenfor skolerne og ikke mellem skolerne. Dermed varierer lærer-elev-relationen langt mere mellem elever end mellem skoler. Alligevel giver tabellen et billede af, hvordan skole- og undervisningsfaktorer og miljøet



på elevernes skoler hænger sammen med deres opnåede matematikfærdigheder – og for de fleste af de medtagne faktorer angående skolernes samlede indlærings- og skolemiljø ser der således ikke ud til at være klare sammenhænge med elevernes matematikfærdigheder.

Tabel 5.16 Relationen mellem matematikscore og lærings- og skolemiljø uden og med hensyntagen til socioøkonomisk baggrund for elever og skoler

			Uden kontrol for socioøkonomisk baggrund	Med kontrol for socioøkonomisk baggrund
	Andel elever på skolen, der ikke er kommet for sent i skole indenfor de foregående 2 uger (10 % stigning)	Ændring i score S.E.	-0,1 (1,3)	1,9 (1,0)
	Andel elever på skolen, der ikke har sprunget en skoledag over indenfor de foregående 2 uger (10 % stigning)	Ændring i score S.E.	<b>8,0</b> (3,2)	1,9 (2,2)
Indlæringsklima og skolemiljø	Indeks for lærer-elev-forhold (skolegennemsnit)	Ændring i score S.E.	9,8 (9,9)	-0,7 (7,3)
	Indeks for disciplinære klima (skolegennemsnit)	Ændring i score S.E.	<b>40,3</b> (11,4)	<b>23,6</b> (7,2)
	Indeks for lærerrelaterede faktorer, som påvirker skoleklimaet (højere værdier indikerer færre lærerrelaterede faktorer, som påvirker klimaet)	Ændring i score S.E.	0,9 (3,5)	2,1 (2,7)
	Indeks for elevrelaterede faktorer, som påvirker skoleklimaet (højere værdier indikerer færre elevrelaterede faktorer, som påvirker klimaet)	Ændring i score S.E.	6,2 (3,4)	-0,5 (2,8)
	Indeks for lærermoral (højere værdier indikerer højere lærermoral)	Ændring i score S.E.	1,0 (2,8)	-2,8 (2,3)
Elev socioøkonomisk og demografisk baggrund	Eleven er en pige	Ændring i score S.E.		<b>-14,9</b> (2,3)
	Eleven har ikke indvandrerbaggrund	Ændring i score S.E.		<b>19,1</b> (3,2)
	Eleven taler dansk i hjemmet	Ændring i score S.E.		<b>8,8</b> (4,5)
	Elevens ESCS-status (en stigning på 1 enhed)	Ændring i score S.E.		<b>27,1</b> (2,0)
	Elevens ESCS-status (kvadreret)	Ændring i score S.E.		<b>3,0</b> (1,3)
Skole socioøkonomisk og demografisk baggrund	Skolens gennemsnitlige ESCS (en stigning på 1 enhed)	Ændring i score S.E.		34,4 (5,0)
	Skolestørrelse (pr. 100 elever)	Ændring i score S.E.		<b>1,1</b> (1,2)
	Skolestørrelse (pr. 100 elever) (kvadreret)	Ændring i score S.E.		0,0 (0,0)
	Skolen er beliggende i en lille by eller landsby (15.000 eller færre indbyggere)	Ændring i score S.E.		7,3 (3,4)
	Skolen er beliggende i en storby (100.000 eller flere indbyggere)	Ændring i score S.E.		<b>7,5</b> (3,9)

Kilde: OECD (2013), Tabel IV.43 og Tabel IV.44.

Note: Signifikante effekter er markeret med fed skrift.

## 5.6 Matematiklærernes undervisningsstrategier

Eleverne er i PISA-undersøgelsen blevet stillet en række spørgsmål om deres matematiklærers undervisning og ageren i klassen. Disse spørgsmål er stillet i et forsøg på at belyse den rolle,

skoler og lærere kan spille i forhold til elevernes engagement i deres skole, matematik og læring – og hvorledes lærernes adfærd hænger sammen med elevernes læring og motivation. OECD har på baggrund af rækken af spørgsmål om lærerens undervisning genereret fire forskellige indeks, der skal indfange forskellige undervisningsstrategier, der hver især måler hhv. lærerens brug af *kognitiv aktivering*, *elevvurdering*, *elevinvolvering* og *elevinstruktion*. Jo højere værdi på indekset, des oftere bruges de forskellige strategier og undervisningsformer. Hvert indeks er konstrueret til at have et gennemsnit på 0 og en standardafvigelse på 1 på tværs af alle OECD-landene. I matematikkapitlet i denne rapport blev svarfordelinger og landeforskelle i forhold til de enkelte spørgsmål, der indgår i hvert indeks, gennemgået. I en yderligere belysning af disse undervisningsstrategier, end der sås i matematikkapitlet, vil det følgende afsnit se nærmere på:

- Matematiklærernes brug af kognitiv aktivering, elevvurdering, elevinvolvering og elevinstruktion i undervisningen
- Undervisningsstrategiernes sammenhænge med matematikfærdigheder
- Matematiklærernes brug af undervisningsstrategier alt efter elevernes færdighedsniveau.

*Tabel 5.17* viser gennemsnitsværdier på de fire indeks for udvalgte lande. Derudover ses sammenhængen med matematikscoren ved en ændring på en enhed i det pågældende indeks for hvert land.

Første kolonne med tal viser gennemsnitsværdien for lærerens brug af kognitiv aktivering. I Danmark ligger lærernes brug heraf nogenlunde på gennemsnittet for hele OECD, da der ses en værdi på -0,03. I Norge, Sverige og Island bruger læreren kognitiv aktivering i mindre grad end i Danmark, mens det i Shanghai-Kina og Singapore anvendes i højere grad af lærerne. For de fleste lande ses en signifikant sammenhæng mellem lærernes brug af kognitiv aktivering og matematikscoren. Effekten ligger på 7,4 point i Danmark.

Ses der på lærernes brug af elevvurdering i deres undervisning, ligger Danmark noget under OECD-gennemsnittet, mens denne undervisningsstrategi igen i langt højere grad anvendes i Shanghai-Kina og Singapore. Der ser ud til at være en negativ sammenhæng mellem brug af elevvurdering i undervisningen og matematikscoren i langt de fleste lande.

Hvad angår lærernes brug af elevinvolvering i undervisningen, bruges dette oftere i Danmark end i OECD-landene som gennemsnit. Også i Norge, Sverige og Island er dette relativt ofte brugt, mens det i sjældnere grad anvendes i Shanghai-Kina og Hong Kong. Der ses en negativ sammenhæng mellem brug af elevinvolvering i undervisningen og matematikscoren i samtlige lande. Effekten er dog stærkere i de østasiatiske lande end i Danmark.

Endelig ses det, at lærernes brug af elevinstruktion er relativt sjældent brugt i Danmark sammenholdt med OECD-gennemsnittet, mens det er meget brugt i fx Shanghai-Kina. I Danmark ses en negativ sammenhæng med matematikscoren ved brug af elevinstruktion, og Danmark er det eneste af de i *Tabel 5.17* udvalgte lande, hvor der ses en signifikant sammenhæng mellem brug af elevinstruktion og matematikscoren. Dermed opnår danske elever, hvis lærer bruger elevinstruktion, en gennemsnitligt lavere matematikscore sammenholdt med elever, hvis lærer ikke bruger elevinstruktion.

Da det kan tænkes, at lærerens brug af de forskellige undervisningsstrategier påvirkes af elevernes baggrund, er der i *Figur 5.16* taget højde for forskellige socioøkonomiske forskelle de danske elever imellem. Om end de mister noget i styrke, forbliver effekterne af de forskellige undervisningsformer og -strategier signifikante, når der korrigeres for elevernes socioøkonomiske baggrunde.

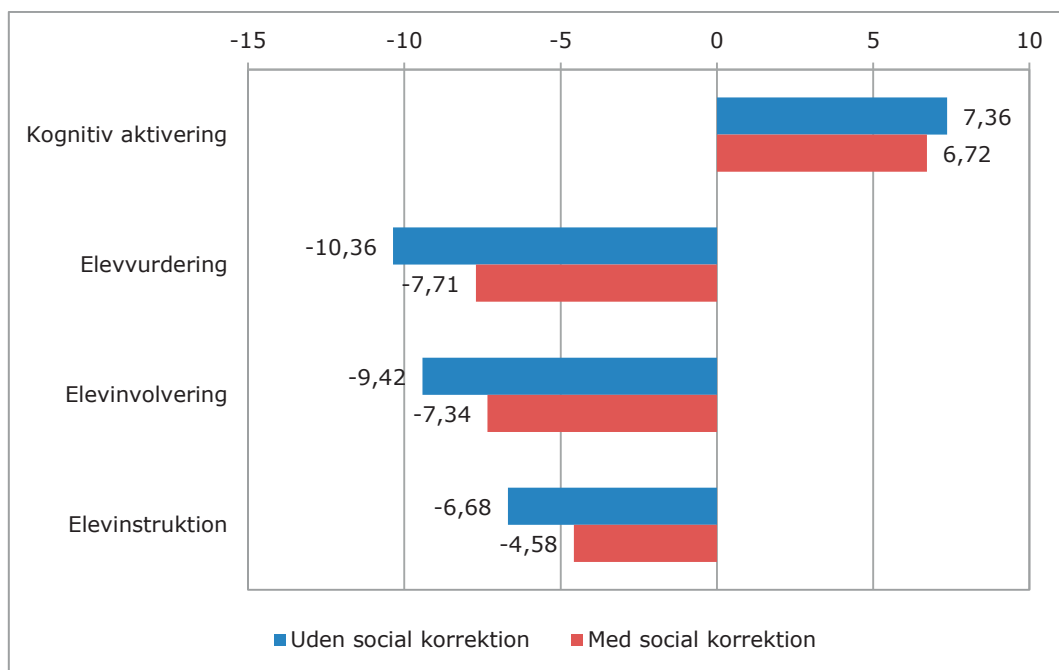
Tabel 5.17 Lærere brug af forskellige undervisningsstrategier samt ændring i matematikscore ved brug heraf for forskellige lande.

Land	Kognitiv aktivering			Elevvurdering			Elevinvolvering			Elevinstruktion		
	Gennemsnit på indeks	S.E.	Ændring i matematikscore pr. enhed i indekset	Gennemsnit på indeks	S.E.	Ændring i matematikscore pr. enhed i indekset	Gennemsnit på indeks	S.E.	Ændring i matematikscore pr. enhed i indekset	Gennemsnit på indeks	S.E.	Ændring i matematikscore pr. enhed i indekset
Danmark	-0,03	(0,02)	<b>7,4</b>	-0,10	(0,02)	<b>-10,4</b>	0,19	(0,02)	<b>-9,4</b>	-0,29	(0,02)	<b>-6,7</b>
Norge	-0,21	(0,02)	<b>6,6</b>	0,07	(0,03)	0,8	0,24	(0,02)	<b>-10,0</b>	-0,21	(0,03)	0,6
Sverige	-0,22	(0,02)	<b>5,5</b>	0,07	(0,02)	<b>-9,1</b>	0,44	(0,02)	<b>-15,2</b>	-0,04	(0,02)	-3,8
Finland	-0,06	(0,02)	<b>5,4</b>	-0,17	(0,02)	<b>-8,5</b>	-0,06	(0,02)	<b>-15,1</b>	-0,12	(0,02)	3,3
Island	-0,17	(0,02)	-0,7	-0,11	(0,02)	<b>-12,9</b>	0,31	(0,02)	<b>-19,6</b>	-0,07	(0,02)	-2,4
Shanghai-Kina	0,16	(0,02)	<b>15,9</b>	0,20	(0,02)	<b>-8,8</b>	-0,20	(0,03)	<b>-22,2</b>	0,54	(0,03)	-1,3
Singapore	0,29	(0,02)	<b>4,6</b>	0,29	(0,02)	<b>-10,9</b>	0,08	(0,02)	<b>-20,8</b>	0,20	(0,02)	1,4
Hong Kong	-0,21	(0,02)	<b>8,6</b>	-0,17	(0,02)	<b>-10,8</b>	-0,35	(0,03)	<b>-23,4</b>	-0,32	(0,02)	2,1
OECD gns.	0,00	(0,00)	<b>4,6</b>	0,00	(0,00)	<b>-10,2</b>	0,00	(0,00)	<b>-21,6</b>	0,00	(0,00)	<b>-3,7</b>

Kilde: OECD (2013), Tabel III.5.10e, Tabel III.5.10g, Tabel III.5.10j og Tabel III.5.10l.

Note: Signifikante effekter er markeret med fed skrift.

Figur 5.16 Effekt på matematikscore i 2012 opdelt efter brug af forskellige undervisningsstrategier – uden og med social korrektion (x-akse: Pointforskel i matematikscore)



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Signifikante effekter er markeret med mørk farve, og det fremgår dermed, at alle effekter er signifikante. Der er korrigeret for køn, forældres højeste uddannelse (målt i antal år), forældres højeste stilling, barn af enlig forælder, etnicitet (dummies for første- og andengenerationsindvandrere) og sprog talt i hjemmet.

### 5.6.1 Matematiklærernes brug af undervisningsstrategier og elevernes færdighedsniveau

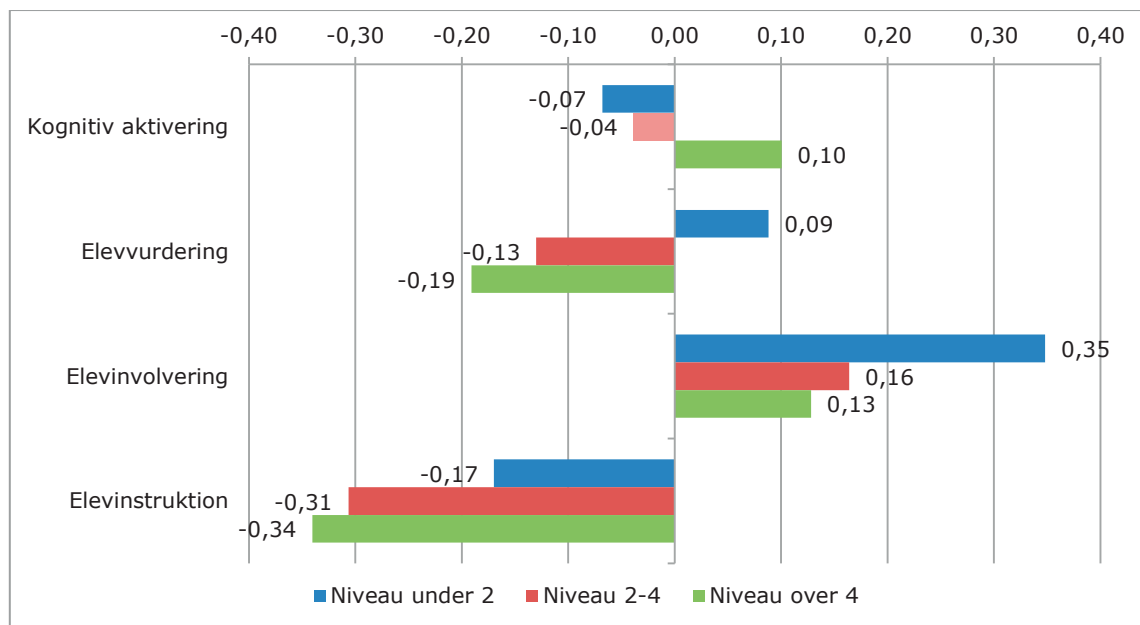
Der skal i tolkningen af ovenstående resultater huskes på, at de viste resultater udelukkende dækker over sammenhænge mellem matematikscoren og lærernes brug af de forskellige undervisningsstrategier og ikke giver årsagsforklaringer. Det kan således for eksempel tænkes, at elever, som har problemer i matematik, netop oftere bliver vurderet af deres lærere og får at vide, hvad de kan gøre bedre, sammenholdt med elever, der ikke har problemer i matematik, eller at den undervisningsdifferentiering, der foregår i klassen, ikke er tilrettelagt for de højest præsterende elever, men i højere grad tilrettelægges for elever med lavere matematikfærdigheder.

Og at det er derfor, vi ser de negative sammenhænge mellem flere af indeksene og matematikscoren.

Figur 5.17 illustrerer dette. Man kan her se, at elever, der befinder sig på de laveste færdighedsniveauer i matematik (niveau under 2), sjældnere end elever på niveau 5 og 6 oplever, at deres lærer benytter kognitiv aktivering som undervisningsstrategi, da de har en værdi på -0,07 sammenholdt med en værdi på 0,10 på indekset. Derimod oplever elever på laveste færdighedsniveauer oftere, at deres lærer benytter elevvurdering, elevinvolvering samt elevinstruktion som undervisningsstrategier, sammenlignet med elever på højere færdighedsniveauer i matematik. Dermed kan nogle af de i tabel 5.17 viste effekter på matematikscoren ved lærerens brug af de forskellige undervisningsstrategier lige så vel være et tegn på, at de pågældende strategier oftere

benyttes overfor bestemte typer elever, som at strategierne afstedkommer bestemte matematikfærdigheder.

Figur 5.17 Gennemsnitlig værdi for lærerens forskellige undervisningsstrategier fordelt på færdighedsniveau. Højere værdier indikerer oftere brug af strategien



Kilde: Egne beregninger på PISA 2012-data.

Note: Signifikante forskelle er markeret med mørkere farve. Elever under niveau 2 er referencekategori.

Af Tabel III.5.10f, Tabel III.5.10h, Tabel III.5.10k og Tabel III.5.10m (OECD, 2013) fremgår det, at langt størsteparten af variationen i elevernes oplevelse af frekvensen af de forskellige undervisningsstrategier ligger mellem elever og ikke mellem skoler. Det ser således ud til, at det i højere grad er hvilken lærer, eleven har, end hvilken skole, eleven går på, der bestemmer, i hvor høj grad eleven underlægges de forskellige undervisningsstrategier.

## 5.7 Elevevaluering

Der er i de senere år sket et skift mod større fokus på resultatmåling i forhold til skoler, lærere, elever og læring, hvilket i mange lande har ført til etableringen og indførelsen af standarder for kvaliteten af uddannelsesinstitutionerne og elevernes læring med dertilhørende målinger og evalueringer (OECD, 2013). De anvendte data og tilgangen til system- og skoleevalueringer varierer dog meget fra land til land. I nogle lande defineres mere brede uddannelsesmål, mens der i andre lande formuleres mere præcise resultatforventninger indenfor specifikt definerede områder. Som en del af PISA 2012 er der i afdækningen af dette område og forskelle landene imellem blevet indsamlet data om de forskellige systemer, og måden hvorpå data og information bruges.

Elevprøver og -eksaminer kan være en måde at højne elevens incitament for læring på. Standardiserede tests og eksaminer kan ligeledes anvendes af lærere til at sammenligne elevens ydeevne på tværs af elever eller klasser og anvendes i udvikling af undervisningsstrategier eller pædagogikker. På skoleniveau kan resultatdata bruges i fordeling af ressourcer, mens det på politisk niveau kan bruges i udformningen af politikker i forhold til

undervisningsstrategier og -miljøer og tilskynde skoler, lærere og elever til at arbejde mod centralt formulerede uddannelsesresultater.

Kritikere af brugen af standardiserede elevprøver fremfører på den anden side argumenter for, at brugen af disse former for prøver kan forme undervisningen efter opnåelse af gode prøveresultater på bekostning af anden læring, mens de kan understøtte eller udbygge forskelle mellem skoler med mange socioøkonomisk stærke elever (Ladd and Walsh, 2002; Downey, von Hippel and Hughes, 2008). Man kan ligeledes risikere, at lærere eller skoler ved brug af disse tests fokuserer mere på elever, der ligger tæt på resultatgennemsnittet, mens elever langt under bliver "opgivet" eller overset (Neal and Schanzenback, 2010).

Der anvendes forskellige former for undersøgelser af de 15-årige danske elevers færdigheder. Disse undersøgelser kan groft opdeles i to typer: eksaminer og evalueringer. Eksaminer linkes direkte til den enkelte elev og bruges fx ved vurderinger af den enkelte elevs muligheder i det videre uddannelsessystem. Evalueringer har derimod ikke i samme grad direkte konsekvenser for den enkelte elev, men anvendes i højere grad til summeringer på elevernes færdigheder og bruges i informationsøjemed.

For at komme nærmere ind på brugen af elevevalueringer i de danske skoler, vil der i dette afsnit blive set på følgende:

- Brug af elevevalueringer og ændringer heraf mellem 2003 og 2013.

### 5.7.1 Hvad bruges elevevalueringer til på skolerne

Skolelederne er blevet bedt om at svare på brugen af elevevalueringer i henhold til forskellige udsagn. De forskellige udsagn kan ses i *Tabel 5.18*. Elevevalueringer omfatter skole- eller klassetrinstitest, karakterer eller eksamensresultater.

På tværs af OECD-landene bruges elevevalueringer oftest til at fortælle forældre om deres børns fremskridt, mens det mest sjældent bruges til at bedømme lærernes effektivitet. Der er en sammenhæng mellem brugen af elevevalueringer, således at lande, hvor skoler bruger evalueringer til ét formål, ofte også er lande, hvor skoler bruger dem til andre formål – altså en tendens til enten at bruge elevevalueringer til flere formål eller til sjældent at bruge dem i det hele taget. Eneste undtagelse er at bruge evalueringerne til at tage beslutninger om, hvorvidt elever skal rykke op i næste klasse eller gå om, der ikke korrelerer med besvarelser i forhold til de andre formål. Danske skoleledere bruger sjældent denne svarmulighed ligesom de fleste andre nordiske skoleledere undtagen de finske. Der er størst korrelation mellem at bruge evalueringerne til at sammenligne med områderesultater/nationale resultater og at sammenligne med andre skoler. Der har været en klar tendens mellem PISA 2003 og 2012 til, at de deltagende lande i højere grad bruger elevevalueringer til sammenligning med nationale resultater og med andre skoler.

Af *Tabel 5.18* kan man se, at Danmark udmærker sig, sammen med Finland, ved at anvende elevevalueringerne i mindre grad end resten af OECD-landene – i hvert tilfælde når det kommer til de angivne svarmuligheder. Lande som Hong Kong og Singapore anvender elevevalueringerne oftere end de fleste andre lande.

Det er dog bemærkelsesværdigt, at Danmark er det land af samtlige deltagende lande i PISA-undersøgelserne med besvarelser både i 2003 og 2012, hvor der er sket den største ændring i brugen af elevevalueringer mellem de to år (OECD, 2013, *Tabel IV.49*). Det kan af *Tabel 5.18* ses, at andelen af danske elever, der har en skoleleder, som svarer positivt på de forskellige udsagn om brugen af elevevalueringer, er steget signifikant og markant for alle svarmuligheder.

Tabel 5.18 Andel elever i 2012 samt ændring i andel elever fra 2003 til 2012 på skoler, hvor skolelederen angiver at eleverevalueringer anvendes til at..

	Informere forældre om deres børns fremskridt	Tag om elever skal rykke op i næste klasse eller gå om	Grupper elever efter undervisning smæssige formål	Sammenlign skolens resultater med andre skoler i området eller nationalt	Måle skolens fremskridt fra år til år	Bedømm lærernes effektivitet	Finde undervisning sområder eller dele af pensum, der kan forbedres	Sammenlign skolen med andre skoler	Indeks for evalueringss raksis (summen af positive svar)
%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
<b>Andel 2012</b>									
Danmark	99,2 (0,4)	10,3 (1,9)	52,3 (3,4)	54,9 (3,5)	56,8 (3,3)	27,1 (3,1)	84,7 (2,4)	55,9 (3,5)	3,9 (0,1)
Norge	98,3 (1,0)	1,5 (0,9)	47,9 (3,3)	68,2 (3,0)	83,8 (2,7)	30,2 (3,3)	73,8 (3,2)	51,9 (3,3)	4,2 (0,1)
Sverige	93,9 (1,8)	43,0 (4,0)	25,2 (3,3)	89,8 (2,3)	96,2 (1,4)	43,6 (3,6)	83,9 (2,6)	84,9 (2,8)	5,0 (0,1)
Finland	98,7 (0,3)	93,3 (1,6)	17,0 (2,5)	45,8 (3,4)	59,5 (3,5)	15,5 (2,2)	60,5 (3,6)	21,1 (2,7)	3,9 (0,1)
Island	100,0 c	15,0 (0,2)	42,4 (0,3)	77,1 (0,2)	89,2 (0,1)	39,1 (0,2)	92,8 (0,1)	73,2 (0,2)	4,8 (0,0)
Shanghai-Kina	98,0 (1,0)	50,9 (3,4)	55,0 (4,0)	50,1 (4,2)	87,5 (2,5)	86,4 (2,7)	95,8 (1,6)	56,7 (3,9)	4,8 (0,1)
Singapore	100,0 c	88,4 (0,1)	96,0 (0,0)	95,5 (0,8)	99,4 (0,6)	87,7 (0,8)	98,2 (0,0)	88,2 (0,6)	5,5 (0,1)
Hong Kong	98,1 (1,1)	98,1 (1,1)	86,4 (2,9)	44,1 (4,7)	96,1 (1,7)	80,0 (3,5)	99,4 (0,6)	30,5 (3,7)	5,4 (0,1)
OECD	98,1 (0,2)	76,5 (0,4)	50,5 (0,5)	62,6 (0,5)	81,2 (0,4)	50,4 (0,5)	80,3 (0,4)	52,9 (0,5)	4,6 (0,0)
<b>Ændring fra 2003 til 2012</b>									
Danmark	<b>31,5 (3,5)</b>	<b>6,5 (2,1)</b>	<b>38,2 (4,3)</b>	<b>48,9 (3,8)</b>	<b>48,3 (3,9)</b>	<b>23,4 (3,4)</b>	<b>38,0 (4,5)</b>	<b>53,0 (3,7)</b>	<b>2,4 (0,1)</b>
Norge	-1,7 c	1,5 c	10,1 (5,2)	4,4 (4,7)	<b>16,1 (4,3)</b>	<b>10,7 (4,5)</b>	3,7 (4,7)	4,7 (5,1)	0,2 (0,2)
Sverige	-2,5 (2,3)	4,1 (5,7)	<b>-20,1 (5,1)</b>	<b>16,8 (3,9)</b>	<b>10,8 (3,1)</b>	<b>22,4 (4,8)</b>	3,2 (3,9)	<b>20,2 (4,5)</b>	0,0 (0,2)
Island	0,3 c	0,2 (0,3)	<b>-13,7 (0,3)</b>	<b>-7,0 (0,2)</b>	<b>1,2 (0,2)</b>	<b>8,2 (0,3)</b>	<b>-3,8 (0,1)</b>	<b>7,6 (0,3)</b>	<b>-0,6 (0,0)</b>
Finland	<b>-1,3 (0,3)</b>	-2,0 (1,8)	-0,2 (3,9)	<b>-10,5 (5,3)</b>	-5,5 (5,4)	<b>-16,6 (4,1)</b>	-5,1 (5,1)	<b>-13,8 (4,4)</b>	<b>-0,8 (0,2)</b>
Hong Kong	-0,6 (1,4)	1,9 (1,9)	<b>23,1 (5,0)</b>	<b>21,3 (6,1)</b>	5,5 (3,0)	<b>16,1 (5,3)</b>	2,5 (1,3)	<b>11,5 (4,9)</b>	-0,1 (0,2)
OECD	<b>1,4 (0,4)</b>	-0,8 (0,7)	<b>3,8 (0,8)</b>	<b>15,5 (0,8)</b>	<b>13,1 (0,6)</b>	<b>8,9 (0,8)</b>	<b>6,3 (0,8)</b>	<b>12,9 (0,8)</b>	<b>-0,2 (0,0)</b>

Kilde: OECD (2013), Tabel IV.49.

Note: Signifikante forskelle er markeret med fed skrift. Der er ikke besvarelser for Shanghai-Kina og Singapore for 2003.

## 5.8 Sammenfatning

Socioøkonomisk baggrund, målt ved økonomisk, social og kulturel status som fx forældrenes uddannelse og erhvervsmæssige status eller uddannelsesmæssige ressourcer, spiller en rolle i forhold til elevernes opnåede matematikfærdigheder. I Danmark forklares ca. 16 procent af variansen i de danske elevers matematikfærdigheder med elevernes socioøkonomiske baggrund. Dette svarer til gennemsnittet for OECD-landene, men er noget over niveauet i de øvrige nordiske lande. Betydningen af elevens socioøkonomiske baggrund for dennes matematikfærdigheder er således noget større i Danmark sammenholdt med de andre nordiske lande. Der er sket et fald i de danske elevers gennemsnitlige matematikscore mellem 2003 og 2012. Faldet er imidlertid størst blandt elever fra mere ressourcestærke hjem, mens der for elever fra de mest ressourcesvage hjem ikke er set et signifikant fald i matematikscoren mellem 2003 og 2012. En lignende tendens ses på tværs af OECD-landene.

Skolens elevsammensætning – målt ved elevernes gennemsnitlige socioøkonomiske baggrund – har også betydning for, hvordan eleverne klarer sig i matematik. Danmark har i lighed med de øvrige nordiske lande en stor andel af skoler med et blandet elevgrundlag målt i forhold til elevernes socioøkonomiske baggrunde. I de fleste andre lande er skolerne mere polært fordelt og har flere skoler med enten mange ressourcestærke elever eller mange ressourcesvage elever. Danske elever klarer sig dårligere i matematik jo større andel af ressourcesvage elever, der er på deres skole, selv efter korrektion for elevens egen socioøkonomiske status. Denne tendens er klarere i Danmark end i de øvrige nordiske lande. Effekten af skolens samlede socioøkonomiske elevbaggrund er dog betydeligt mindre i Danmark end for OECD-landene som gennemsnit. I OECD-landene som gennemsnit ses meget større forskelle i matematikfærdigheder skolerne imellem. De danske elevers egen socioøkonomiske baggrund har meget større betydning for deres matematikfærdigheder end den socioøkonomiske sammensætning på deres skole.

I de danske elevspørgeskemaer indgår to spørgsmål til eleverne, som *ikke* indgår i de andre landes elevspørgeskemaer. I det ene spørges der, om eleven har modtaget specialundervisning eller ekstra støtte i matematik i løbet af sin skoletid og i givet fald på hvor mange klassetrin. I det andet spørges der, om eleven har svære matematikvanskeligheder. Analyserne viser, at elever, der har modtaget ekstra støtte, eller som har svære matematikvanskeligheder, opnår en lavere matematikscore ved 15-årsalderen end andre elever. De opnår endvidere lavere scorer i læsning og naturfag. Flere piger end drenge har fået støtte eller har matematikvanskeligheder. Elever, der har fået støtte, eller som har matematikvanskeligheder, kommer oftere fra mere ressourcesvage familier målt ved socioøkonomisk status (ESCS), forældrenes stillingsniveau, forældrenes uddannelsesniveau samt tilgængeligheden af såvel uddannelsesressourcer og kulturelle besiddelser i hjemmet. De er oftere første- eller andengenerationsindvandrere og taler oftere et andet sprog end dansk i hjemmet. Elever, som har modtaget specialundervisning eller ekstra matematikstøtte, er mindre positive overfor matematik og har en mindre positiv holdning overfor skolen og mindre gode lærerrelationer.

Indlærings- og skolemiljøet har været meget diskuteret i Danmark på det seneste. I kapitlet analyseres sammenhængen mellem forskellige aspekter ved skolemiljøet og elevernes matematikscore. Korrigeret for elevernes socioøkonomiske baggrund ses den stærkeste sammenhæng i forhold til det disciplinære miljø på skolen. Elever på skoler, hvor en stor del af eleverne svarer, at de ofte oplever problemer med, at klassens elever ikke hører efter, hvad læreren siger, at der er støj og uro, og at læreren må vente lang tid, inden eleverne falder til ro, opnår en lavere matematikscore sammenholdt med elever på skoler, hvor sådanne



disciplinære problemer er mindre udtalte. Der ses en lille forbedring mellem 2003 og 2012 i, hvor ofte eleverne oplever problemer med disciplinen i timerne.

Eleverne er blevet stillet en række spørgsmål om deres matematiklærers undervisningsstrategier. Læreren brug af kognitiv aktivering, hvor eleverne fx bedes forklare, hvordan de har løst en opgave, eller at finde egne metoder til opgaveløsning, har en positiv sammenhæng med elevernes matematikscore. Lærernes brug heraf ligger på OECD-gennemsnittet. I Danmark bruger lærerne oftere elevinvolvering i undervisningen sammenholdt med de andre OECD-lande, men uden store forskelle fra Sverige, Norge og Island. Denne undervisningsstrategi, som relaterer sig til brugen af undervisningsdifferentiering og brug af gruppearbejde, bruges sjældent i Shanghai-Kina og Hong Kong. Der ses en negativ sammenhæng mellem elevinvolvering og elevernes matematikscore. Der ses ligeledes negative sammenhænge mellem elevernes matematikscore og brug af hhv. elevvurdering (bl.a. hvor ofte læreren giver feedback og fortæller, hvad eleverne kan gøre for at blive bedre i matematik) og elevinstruktion (bl.a. hvor ofte læreren stiller klare mål for indlæringen og tjekker, om eleverne har forstået det, der er undervist i). Man skal være opmærksom på, at de beskrevne sammenhænge ikke angiver årsagssammenhænge. Det er således ikke nødvendigvis de forskellige undervisningsstrategier, som afstedkommer bestemte matematikscorer, men det kan også være bestemte matematikscorer, som afstedkommer undervisningsstrategierne. Analyserne viser da også, at forskellige elever modtager forskellige undervisningsformer, og at elever med svagere matematikfærdigheder fx oftere modtager feedback eller få sat klare mål for deres indlæring sammenholdt med elever på et højere færdighedsniveau.

Til sidst i kapitlet ses på skolernes brug af elevevaluering. Danmark skiller sig sammen med Finland ud ved at anvende elevevalueringer i mindre grad end resten af OECD-landene. De bruges relativt ofte i lande som Singapore og Hong Kong. Danmark udmærker sig endvidere ved at være det land blandt samtlige deltagende lande i PISA-undersøgelserne med besvarelser både i 2003 og 2012, hvor der er sket den største ændring i brugen af elevevalueringer mellem de to år.

## 5.9 Referencer

Crosnoe, R., Johnson, M. K., and Elder, G. H. (2004). Intergenerational Bonding in School: The Behavioral and Contextual Correlates of Student-Teacher Relationships. *Sociology of Education*, 77, 1: 60-81.

Downey, D. B., von Hippel, P. T., and Hughes, M. (2008). Are 'Failing' Schools Really Failing? Using Seasonal Comparison to Evaluate School Effectiveness. *Sociology of Education* 81: 242-270.

Gamoran, A. (1993). Alternative uses of ability grouping in secondary schools: Can we bring high-quality instruction to low-ability classes? *American Journal of Education*, 101: 1-22.

Ganzeboom, H. B. G., de Graaf, P., and Treiman, D.J. (1992). An International Scale of Occupational Status. *Social Science Research* 21:1-56.

Jennings, P. A., & Greenberg, M. T. (2009). The Prosocial Classroom: Teacher social and emotional competence in relation to child and classroom outcomes. *Review of Educational Research*, 79, 491-525.

- Ladd, H. F., & Walsh, R. P. (2002). Implementing value-added measures of school effectiveness: getting the incentives right. *Economics of Education Review*, vol. 21(1), pages 1-17
- Lee, V. E., and Smith, J. B. (1993). Effects of school restructuring on the achievement and engagement of middle-grade students. *Sociology of Education*, 66(3), 164-187
- Lee, V. E., and Smith, J. B. (1995). Effects of high school restructuring and size on early gains in achievement and engagement. *Sociology of Education*, 68(4), 241-270
- Lee, V. E., and Smith, J. B. (1997). High school size: Which works best and for whom? *Educational Evaluation and Policy Analysis* 19 (3), 205-227.
- Mejdning, J. (2004). *PISA 2003 – Danske unge i en international sammenligning*. København: Danmarks Pædagogiske Universitets Forlag.
- Monseur, C., & Crahay, M. (2008). Composition académique et sociale des établissements, efficacité et inégalités scolaires: une comparaison internationale. *Revue Française de Pédagogie*, 164, 55-65.
- Neal, D., and Schanzenback, D. W. (2010). Left Behind by Design: Proficiency Counts and Test-Based Accountability. *Review of Economics and Statistics* 92: 263-283.
- OECD (2013). Den internationale rapport for 2012.
- Sammons, P. (1999). *School Effectiveness: Coming of Age in the 21<sup>st</sup> Century*. Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Scheerens, J., and Bosker, R. J. (1997). The Foundations of Educational Effectiveness. *International Review of Education*, Volume 45, Issue 1, 113-120.
- Zimmer, R. W., & Toma, E. F. (2000). Peer effects and educational vouchers: evidence across countries. *Journal of Policy Analysis and Management*, 19 (1), 75-79.

## 6 Metode og datakvalitet i PISA 2012

*Af Monika Klingsbjerg-Besrechel*

Designet i PISA 2012 er, som i de tidligere PISA-runder (2009, 2006, 2003 og 2000), fastlagt af det internationale konsortium i samarbejde med repræsentanter og eksperter fra de enkelte lande. Data skal være sammenlignelige mellem alle deltagerlandene, og samtidig skal det enkelte land kunne sammenligne resultaterne over tid. Designet i PISA 2012 er derfor i høj grad magen til de tidligere runder. Målgruppen var igen i 2012 elever, der på testafholdelsestidspunktet er 15-16 år gamle. Eleverne er alle fordelt på et repræsentativt udsnit af de danske uddannelsesinstitutioner. Den væsentligste forskel fra PISA 2009 til PISA 2012 er, at der i PISA 2012 i højere grad blev gjort brug af computerbaserede tests.

### 6.1 Undersøgelsens målgruppe

Målgruppen i PISA 2012 er uddannelsessøgende født i år 1996, dvs. unge, som på testafholdelsestidspunktet var 15-16 år og under uddannelse. I Danmark deltog 7.481 unge fordelt på 339 uddannelsesinstitutioner. Testperioden var af det internationale konsortium sat til maksimalt seks uger. I Danmark blev testene gennemført fra 19. marts til 27. april 2012.

### 6.2 Testopgaver og spørgeskemaer

I PISA 2012 deltog alle elever i en papirtest, og et mindre udsnit af eleverne på hver skole deltog ligeledes i en computerbaseret test (CBA). Domænerne i PISA 2012 var: matematik (hoveddomæne), læsning, naturvidenskab og problemløsning.

Ud over selve testopgaverne indgår der i datagrundlaget for PISA 2012 en lang række baggrundsplysninger om den enkelte elev og den skole, eleven går på. Disse oplysninger er hentet via spørgeskemaer (papir) til de deltagende elever samt skolelederne (computer) på de deltagende skoler.

Den computerbaserede test blev afviklet på almindelige pc'er. Hvis det var muligt, blev skolens pc'er brugt til afvikling. I de tilfælde, hvor skolens PC'er ikke kunne benyttes, stillede SFI Survey bærbare computere til rådighed. Testadministratorerne havde USB-nøgler med testene på med ud på skolerne. Testen blev indlæst fra USB-nøgle og besvarelserne lagret på samme USB.

### 6.3 Stikprøveudtrækket i PISA

Grundprincippet er, at PISA-stikprøver udtrækkes i to trin. Først udtrækkes skoler blandt alle landets skoler, der potentielt kunne tænkes at have elever født i 1996 indskrevet. Skolerne udtrækkes med en sandsynlighed, der er proportional med skolens størrelse målt ved antallet af 15-årige i målgruppen. Dernæst forberedes der lister for hver skole med alle elever født i 1996, hvorfra et antal elever udtrækkes ud fra et defineret måltal (Target Cluster Size).

I Danmark har man i PISA 2012 valgt, som en national option, at lave en oversampling af elever med en anden etnisk baggrund end dansk. Det gjorde man også i PISA 2009. Det betyder, at man i Danmark har udvalgt flere skoler med mange elever med anden etnisk baggrund end dansk, og at man på de deltagende skoler har udtrukket flere elever med anden

etnisk baggrund end dansk. En efterfølgende vægtning af data sørger for, at data alligevel er repræsentative for populationen af 15-årige under uddannelse.

Grundlaget for stikprøveberegningerne og udtrækket for både pilotundersøgelsen og hovedundersøgelsen var elektroniske lister fra Danmarks Statistik over hele populationen af uddannelsesinstitutioner. For hovedundersøgelsens vedkommende omfattede listen alle uddannelsesinstitutioner og antal indskrevne uddannelsessøgende unge født i 1995 i Danmark pr. 30. september 2010, dvs. status efter begyndelsen på skoleåret 2010/2011. På basis af denne liste er lavet et estimat på antallet af elever født i 1996 på de enkelte uddannelsesinstitutioner i skoleåret 2011/2012, hvor PISA fandt sted. Fremgangsmåden skyldes, at den faktiske fordeling for 2011/2012 først registreres hos Danmarks Statistik ved slutningen af skoleåret. Listen fra Danmarks Statistik viste en population af uddannelsessøgende i Danmark på 70.854, men efter fritagelse af skoler, som kun havde elever, der ville blive fritaget for testen, var målgruppen på 70.774. Årsagen til fritagelse af disse skoler var, at de kun havde elever, som ikke kunne dansk og derfor ville blive fritaget fra testen alligevel.

## 6.4 Stratificering

Skolelisten blev delt op i fire strata, som blev defineret ved en kombination af antal og andel elever på skolen, som havde en anden etnisk baggrund end dansk:

- **Høj:** Skoler med mindst fire elever med anden etnisk baggrund end dansk, og hvor andelen af elever med anden etnisk baggrund end dansk udgør mindst 33 pct.
- **Mellem:** Skoler med mindst fire elever med anden etnisk baggrund end dansk, og hvor andelen af elever med anden etnisk baggrund end dansk udgør mindst 10 pct., men færre end 33 pct.
- **Lav:** Skoler hvor antallet af elever med anden etnisk baggrund end dansk var mellem en og tre, og/eller hvor andelen af elever med anden etnisk baggrund end dansk udgjorde mere end 0, men under 10 pct., og
- **Ingen:** Skoler uden elever med anden etnisk baggrund end dansk.

Tabel 6.1 Fordeling af skoler og elever – i populationen og i stikprøven

Stratum	Population		Stikprøve (estimeret antal baseret på institutionslisten fra Danmarks Statistik)	
	Antal elever	Antal skoler	Skoler	Elever
01 (+06) = Høj	4.255	131	113	2.803
02 = Mellem	14.190	257	100	2.000
03 = Lav	40.710	1.069	120	2.284
04 = Ingen	14.996	1.567	67	1.050
<b>I alt</b>	<b>74.151</b>	<b>3.024</b>	<b>355</b>	<b>8.137</b>

Stikprøven for den papirbaserede test blev udtrukket som følger: På de udtrukne skoler i stratum 01 (og stratum 06, – dette stratum er det samme, men opdelt i to i forhold til vægtning) blev der lavet et tilfældigt udtræk på 28 elever (TCS = 28). På de udtrukne skoler i stratum 02, 03 og 04 blev eleverne delt i to grupper, hvorfra der blev udtrukket elever. I stratum 02 blev der udtrukket 20 elever (TCS=20) med dansk etnisk baggrund, og alle eleverne med anden etnisk baggrund end dansk blev tilføjet til udtrækket. I stratum 03 blev der udtrukket 25 elever (TCS=25) med dansk etnisk baggrund, og alle eleverne med anden etnisk baggrund end dansk blev tilføjet til udtrækket. I stratum 04 blev der udtrukket 28 elever

(TCS=28) med dansk etnisk baggrund, og alle eleverne med anden etnisk baggrund end dansk blev tilføjet til udtrækket.

Stikprøven for den computerbaserede test bestod af et mindre udtræk. Her blev der tilfældigt udtrukket 15 elever på hver skole blandt dem, som allerede var udtrukket til den papirbaserede PISA-test.

Et centralt element i PISA-stikprøvedesignet er, at der – som led i stikprøveudvælgelsen for hver af de udtrukne skoler – udtrækkes en 1. reserveskole og en 2. reserveskole. Disse bruges, hvis de oprindeligt udtrukne skoler ikke ønsker at deltage i undersøgelsen. Den negative betydning af eventuelt bortfald reduceres således væsentligt ved brug af erstatningsskoler, da de tre skoler er af samme type, ligger geografisk tæt på hinanden og har samme størrelse.

Af det oprindelige udtræk på 400 skoler var der 17 skoler, som viste sig ikke at have nogen elever i PISA-målgruppen. Det kan fx være skoler, som i princippet kunne have 15-årige elever, men som tilfældigvis ikke havde det i det pågældende skoleår. Yderligere to skoler blev nedlagt, og 15 skoler blev fritaget, fordi de kun havde elever, der ville blive fritaget fra testen pga. særlige undervisningsbehov. Af de resterende 366 skoler var der 55 skoler, som ikke ønskede at deltage. Det bragte antallet af skoler ned på 311. Oven i dette antal kom 28 reserveskoler, som deltog i stedet for de skoler, der ikke ønskede at deltage, hvilket bragte det samlede antal op på 339 deltagende skoler.

## 6.5 Deltagelse på skoleniveau og elevniveau

For at være fuldgældigt deltagerland i PISA 2012 skal der opfyldes visse betingelser i tilknytning til stikprøveetablering og deltagelsesprocent. Tabel 6.2 viser minimumskravene sammenholdt med Danmarks faktiske opfyldelse på disse parametre. Det fremgår, at Danmark klart opfyldte de opstillede minimumskrav undtagen kravet til fritagelsesprocenten, der ligger 1,18 procentpoint over de tilladte 5 %. De danske PISA-data er på trods heraf blevet godkendt af det internationale konsortium uden anmærkninger, da man har vurderet den samlede datakvalitet som værende tilfredsstillende.

Tabel 6.2 Minimumskrav for fuldgældig deltagelse i PISA 2012

Vurderingsparameter	Minimumskrav	Status for Danmark 2012	Status for Danmark 2009
Antal udtrukne skoler, der deltager	150	311	285
Andel udtrukne skoler, der deltager (uvægtet)		84,97 %	81,23 %
Andel udtrukne skoler, der deltager (vægtet)	85 %	86,95 %	83,94 %
Andel udtrukne skoler, der deltager, inkl. erstatningsskoler (uvægtet)		92,62 %	87,69 %
Andel udtrukne skoler, der deltager, inkl. erstatningsskoler (vægtet)	.*	95,51 %	90,75 %
Andel elever på udtrukne skoler, der deltager (uvægtet)		87,84 %	86,77 %
Andel elever på udtrukne skoler, der deltager (vægtet)	80 %	89,06 %	89,29 %
Populationsdækning (Omvendt fritagelsesprocent)	95 % (5 %)	93,82 % (6,18 %)	91,43 % (8,57 %)

\* Irrelevant, da kravet til opfyldelsesprocenten uden erstatningsskoler er opfyldt.  
Bemærk, at der ved beregning af svarprocenten kun indgår skoler, hvor mindst 50 pct. af eleverne deltager. Seks skoler af de 311 havde under 50 pct..

Sammenlignet med PISA 2009 er opfyldelsesprocenten på både skole- og elevniveau højere i 2012, og der er samtidig udtrukket flere elever. Nedenfor ses det faktiske antal for elevdeltagelse i PISA 2012 og PISA 2009.

Tabel 6.3 Oversigt over elevdeltagelse i PISA 2012

	Antal 2012	Antal 2009
Elever, som blev udtrukket på de deltagende skoler	9.010	7.228
Elever, som blev fritaget	368	296
Elever, som ikke længere gik på skolen	104	105
Elever, som ikke deltog (fravær)*	1.057	903
Elever, som deltog i PISA	7.481	5.924

- Elever, der var fraværende pga. kendte årsager, som eksempelvis sygdom og nægter eller fravær ved at eleven blot udeblev fra testen af ukendte årsager. Antallet kan synes højt, men ligger stadig indenfor det forventelige og tilladte.

## 6.6 Specielle undervisningsbehov (SEN, Special Education Needs) – Fritagelse af skoler og elever

Hvis elever har særlige undervisningsbehov (SEN) og efter vurdering ikke vil kunne gennemføre PISA-testen, kan de blive fritaget fra deltagelse. Hele skoler kan også blive fritaget, hvis skolen udelukkende har elever, der vil blive fritaget på grund af SEN, eller hvis skolen har et andet undervisningssprog end dansk.

Årsager, som kan begrunde, at elever bliver fritaget er:

- Funktionelt handicap: Eleven har et moderat eller svært fysisk handicap
- Kognitivt, adfærdsmæssigt eller følelsesmæssigt handicap: Bedømt på baggrund af vurdering fra kvalificeret personale har eleven et kognitivt, adfærdsmæssigt eller følelsesmæssigt handicap
- Begrænset erfaring med testforløbets sprog: Eleven har ikke dansk som modersmål og har begrænsede færdigheder i dansk, herunder har modtaget undervisning i dansk i mindre end et år
- Ord- eller talblind: Efter bedømmelse fra kvalificeret personale er eleven ord- eller talblind.

Fritagelsesprocenten opgøres ved at beregne andelen af fritagne elever ud af hele populationen af uddannelsessøgende fra årgang 1996. Beregningen foretages både for elever, der fritages, ved at hele skolen fritages som helhed (enten forud for udtrækket af skolestikprøven, eller efter den er udtrukket), og for de enkelte elever, der fritages på deltagende skoler.

Tabel 6.4 Elevfritagelse på skole- og elevniveau

	Andel 2012	Andel 2009
Fritagne elever – på skoleniveau – som andel af populationen	2,77	4,47
Fritagne elever – på elevniveau – som andel af populationen	3,50	4,10
Total fritagelse – som andel af populationen	6,18	8,57

Som man kan læse af tabel 6.4, er andelen af elever, der er blevet fritaget fra testen faldet fra 2009 til 2012. Nedenfor beskrives nogle af de tiltag, der blev gennemført for at bringe andelen ned.

Da andelen af elever, der blev fritaget på grund af SEN i PISA 2009 (8,57 %), var noget højere end de tilladte 5 %, blev det besluttet at implementere særlige tiltag i PISA 2012 for at mindske antallet af elever, der skulle fritages fra deltagelse i PISA.

I PISA 2012 var det muligt at tilbyde SEN-elever en særlig entimes test kaldet UH (Une Heure). UH-forløbet bestod af en reduceret test samt et reduceret elevspørgeskema. Testen var konstrueret til at skulle tage en time og bestod af et udvalg af de lettere tilgængelige opgaver fra den ordinære PISA-test. Elevernes besvarelser og scoring heraf indgår på lige fod med de øvrige elevers.

UH-forløbet gennemførtes på elevernes præmisser, og eleverne havde mulighed for at benytte sig af de samme hjælpemidler, som de benytter til hverdag (IT-rygsæk, ekstra pauser, fysisk aktivitet mv.). Tiltaget var oprindeligt målrettet udtrukne specialskoler for på den måde at nedbringe SEN-bortfaldet ved at inkludere de elever, der ellers af skolelederen ville blive fritaget fra PISA-testen på grund af særlige behov. Det viste sig dog hurtigt, at en ændring i skolestrukturen betød, at de stærke SEN-elever flyttes fra specialskolerne til almindelige skoler, hvor de så tilbydes specialundervisning. Derfor blev det besluttet at gøre det muligt også at tilbyde UH-testen til elever med særlige behov på konventionelle skoler.

Brugen af UH-testen betød, at 62 elever deltog, som ellers ville have været ekskluderet pga. SEN, hvilket bidrog til at bringe andelen af fritagne elever ned. Som det kan læses af tabel 6.4, blev den samlede andel af fritagne elever bragt ned til 6,18 pct., hvilket er en del lavere end de 8,57 pct. i 2009. Det er især andelen af elever, der blev fritaget på skoleniveau, der er faldet. Forklaringen på dette må findes i, at specialskolerne ikke pr. definition blev fritaget forud for testen. Ved at gøre brug af UH-testen kunne specialskolerne inkluderes, og på denne måde undgår man det meget store antal elever, der blive fritaget allerede før stikprøveudtræk. I 2009 var der 203 specialskoler, der blev fritaget, før skolestikprøven blev trukket (se den tekniske rapport for PISA 2009, side 171). Til sammenligning var der i PISA 2012 kun 15 skoler, der blev fritaget, da de udelukkende havde elever med så særlige undervisningsbehov, at de heller ikke ville kunne deltage i UH-testen.

Danmark ligger stadig lidt over den tilladte grænse for, hvor mange elever der må ekskluderes. Forklaringen på Danmarks relativt høje fritagelsesandel i PISA kan findes i, at Danmark generelt har en høj andel elever med særlige behov, hvad der også må forventes at slå igennem i fritagelsesandelen i PISA.

Ud over implementeringen af UH-testen var der et generelt øget fokus på at etablere en god og tæt dialog med de enkelte skoler med rådgivning omkring hvilken type elever, der kunne fritages fra PISA-testen, og hvorvidt de kunne deltage i UH-testen. På denne måde blev uklarheder håndteret tidligt i forløbet for at sikre, at kun elever, der reelt ikke kunne deltage i PISA pga. SEN, blev fritaget.

## 6.7 Den praktiske gennemførelse af dataindsamlingen

38 af SFI Surveys interviewere fungerede som testadministratorer på de udvalgte skoler. På hver skole var der udpeget en skolekontaktperson – typisk klasselæreren for den klasse, hvorfra flest elever deltog, eller skolelederen – som sørgede for det praktiske omkring testen, herunder orientering af forældrene. Derudover havde det internationale konsortium ansat to

danskere til at overvåge testproceduren på et lille antal tilfældigt udvalgte skoler. Disse testkvalitetsledere blev oplært af det internationale konsortium og blev aflønnet af det internationale konsortium, hvem de også rapporterede direkte til. Der er ikke blevet rapporteret om problemer i Danmark.

Selve PISA-testen var delt op i to individuelle forløb: det papirbaserede forløb, der består af en papirbaseret PISA-test og udfyldelse af et elevspørgeskema, og dernæst, efter en times frokostpause, afholdtes den computerbaserede PISA-test (CBA). Så vidt det var muligt, blev begge forløb afholdt samme dag.

Den papirbaserede PISA-test varede knap 3 timer og 20 minutter og CBA ca. 1 time og 35 minutter. Besøget på uddannelsesinstitutionerne varede dog det meste af skoledagen, hvis alle test- og spørgeskemaforløb skulle afvikles samme dag. Tiden blev brugt omtrent således:

#### **Den papirbaserede PISA-test**

- 10 min. Introduktion til testhæftet
- 60 min. Første del af testhæftet
- 5 min. Pause
- 60 min. Anden del af testhæftet
- 15 min. Pause
- 40 min. Besvarelse af et elevspørgeskema

Herefter fik de elever, som ikke skulle deltage i den computerbaserede test, fri. Eleverne, der skulle deltage i den computerbaserede test, kunne holde frokostpause, mens computerne blev klargjort til testen.

#### **Den computerbaserede PISA-test**

- 5 min. Udlevering af brugernavn og adgangskode samt introduktion til CBA
- 20 min. indledende afprøvning af CBA
- 40 min. CBA
- 15 min. Afslutning af test og indsamling af data.

Det vigtigste var, at eleverne havde præcis 60 minutter til hver af de to dele i det skriftlige testhæfte. Testprogrammet sørgede for, at tiden til CBA var præcis 40 minutter, med mindre eleverne blev færdige inden.

Alt testmateriale blev umiddelbart efter testen pakket og sendt tilbage til SFI Survey. Testmaterialet blev registreret og opbevaret sikkerhedsmæssigt forsvarligt både før og efter indtastning.

## **6.8 Pilotundersøgelse**

Pilotundersøgelsen blev udført 14. marts-22. april 2011. Målgruppen var her uddannelsessøgende født i år 1995.

Pilotundersøgelsen var arrangeret for at afprøve procedurer forud for hovedundersøgelsen og for at indsamle viden om opgaverne, så opgaver, der ikke i tilstrækkelig grad opfangede faglig



variation hos eleverne, kunne sorteres fra. Desuden blev procedurerne i de mange manualer afprøvet.

Pilotundersøgelsen og hovedundersøgelsen forløb på stort set samme måde. 40 skoler og 900 elever deltog i pilotundersøgelsen.

## 6.9 Datakvalitet

Som beskrevet er der i alle undersøgelsens praktiske led etableret omfattende procedurer for at sikre tilfredsstillende data. Hvis kravene i de tekniske standarder er opfyldt, bliver data automatisk godkendt. Hvis nogle krav ikke er opfyldt, foretager det internationale konsortium og det pågældende land nærmere analyser af data, og en ekspertgruppe vurderer, om data kan godkendes eller ej, og landene kan også afkræves yderligere dokumentation. Samlet set vurderedes de danske data at være af høj kvalitet, og de er indgået i de internationale sammenligninger uden forbehold.

Pålidelighed, validitet og repræsentativitet er tre nøglebegreber i relation til datakvalitet. Hvorvidt data er repræsentative, kan man langt hen ad vejen opstille eksakte statistiske mål for, mens datas pålidelighed og validitet er en forklarings- og dokumentationssag. Ud over en opsummerende dokumentation i forhold til de tre nøglebegreber knyttes kommentarer til kodningen af testbesvarelserne samt den internationale database.

## 6.10 Pålidelighed

Hvis datapålideligheden skal være god, må der ikke være opstået fejl, som betyder, at de indsamlede data giver en dårlig beskrivelse af virkeligheden. Høj datapålidelighed er en forudsætning for, at data kan bruges til at drage holdbare konklusioner.

Datas pålidelighed er sikret ved, at der bl.a. er udarbejdet adskillige drejebøger/manualer, som sikrer en ensartet og korrekt procedure i alle lande.

Der er bl.a. udarbejdet følgende drejebøger/ manualer:

- Testmanual
- Vejledning til skolekontaktperson
- Manual til stikprøveudtrækning
- Manual til scoring af de åbne opgaver
- Manual til dataindtastere.

De 38 testadministratorer deltog på mindst et af to instruktionsmøder afholdt i henholdsvis København og Vejle. På møderne blev hele testmanualen gennemgået, og forskellige situationer, der kunne opstå, blev diskuteret.

## 6.11 Validitet

Kravet om validitet er udtryk for, at det samlede undersøgelsesdesign skal kunne give kvalificeret svar på problemstillingen. Undersøgelsen skal altså faktisk afdække det, der er formålet med den.

Konsortiet har bl.a. via pilotundersøgelserne i 1999, 2002, 2005, 2008 og 2011 samt hovedundersøgelserne PISA 2000, PISA 2003, PISA 2006, PISA 2009 og PISA 2012 testet forskellige opgaver og deres validitet i forbindelse med problemstillingerne i PISA 2012. Opgaverne er udvalgt af ekspertpaneler i samarbejde med forskere i de enkelte lande, og der er brugt mange ressourcer på at sikre opgavernes validitet. De valgte opgaver må derfor siges at være det bedst mulige manifesterede udtryk for den latente variabel: Elevernes kompetencer i matematik, naturvidenskab, læsning og problemløsning.

I alle ikke-fransk/engelsktalende lande skal testopgaverne igennem en såkaldt dobbelt uafhængig oversættelsesproces med efterfølgende reconcilierung. Spørgeskemaet oversættes af to uafhængige oversættere: (1) fra engelsk til dansk og (2) fra fransk til dansk. De to oversættelser er så redigeret sammen til én "originalversion" af en person kyndig i testkonstruktion. Sidstnævnte betegnes reconcilierung. Denne oversættelse blev efterfølgende kontrolleret af nationale fageksperter for at sikre, at den valgte terminologi var i overensstemmelse med national praksis. Endelig blev den reviderede originalversion kontrolleret af et oversættelsesfirma, der specialiserer sig i sproglig kvalitetskontrol, udvalgt af det internationale konsortium. Dette firma har gennem faglig ekspertise sammenholdt oversatte versioner fra flere lande. Eventuelle uoverensstemmelser på denne baggrund er blevet diskuteret med de nationale eksperter, og den endelige version er om nødvendigt rettet til. Hvis eleverne ikke svarer på præcis den samme opgavetekst i de enkelte lande, undermineres sammenligningsgrundlaget og dermed validiteten af dette helt centrale element i undersøgelsen – derfor den meget grundige og omstændelige oversættelsesprocedure. Spørgeskemamaterialet gennemgår en lignende procedure med dobbelt uafhængig oversættelse og efterfølgende reconcilierung.

## 6.12 Repræsentativitet

Et yderligere krav til høj datakvalitet er, at den udtrykker præstationer og holdninger for hele den målgruppe, man ønsker at drage konklusioner om. Det betyder, at de 7.481 elever, der har deltaget i testen, skal repræsentere hele gruppen af uddannelsessøgende unge født i 1996. Tabel 6.5 viser en opgørelse af stikprøven fordelt på strata 01-06 sammenholdt med en tilsvarende fordeling for målgruppen. For at rette op på den skævhed, som opstår pga. oversamplingen, har det internationale konsortium beregnet vægte, som tager højde for forskellige udtræks sandsynligheder og for bortfald på skole- og elevniveau.

Tabel 6.5 Oversigt over strata og vægte i PISA 2012

Stratum	Elever, som har gennemført testen	Sum (elever i populationen)	Middelvægt for elever i stratum	Standardafvigelse af elevvægte i dette stratum
01	532	976	1,83	0,72
02	2.278	11.997	5,27	2,36
03	2.591	36.708	14,17	6,78
04	799	13.400	16,77	7,31
06	1.281	2.678	2,09	0,73
<b>I alt</b>	<b>7.481</b>	<b>65.760</b>	-	-

Når man beregner vægte til data for at korrigere for mange forskellige forhold (ulige udtræks sandsynlighed på skole- og elevniveau samt ujævnt bortfald på både skole- og elevniveau), kan enkelte observationer (her: elever) få en meget høj vægt, hvis alle forhold for disse observationer trækker i samme retning. Dermed kan få observationer få stor indflydelse på det samlede resultat. Man vælger derfor ofte at lægge et loft over, hvor stor en vægt en enkelt observation kan få: såkaldt trimming. Dette gøres normalt ud fra en konkret analyse af

data, og det gøres også på denne måde i PISA. Der var kun én skole og derudover én elev i det danske data, som fik så stor vægt, at det blev vurderet nødvendigt at trimme vægten. Det viser, at man i Danmark, på trods af at der var flere hensyn at tage, havde succes med at lave et meget vellykket stikprøvedesign med repræsentative data til følge.

## 6.13 Databasen

PISA-data består som nævnt af oplysninger fra elevernes testbesvarelser, et elevspørgeskema samt skoleledernes besvarelse af et spørgeskema. Det internationale konsortium har udviklet en database, som alle data enten er tastet ind i eller importeret til. Databasen er udviklet for at lette og standardisere det internationale konsortiums videre arbejde med de enkelte landes data og for at give landene mulighed for at udføre nogle standardiserede minimumstest af datas kvalitet inden aflevering. Inden aflevering skulle hvert enkelt land således via databasen producere en meget omfattende række valideringsrapporter for at teste datakvaliteten. Det var en forudsætning for at kunne aflevere data til det internationale konsortium, at alle disse rapporter var fejlfri. Efterfølgende har det internationale konsortium analyseret hvert enkelt lands data til bunds, og der er foretaget en række ekstra valideringstest.

Hvor godt er danske unge forberedt på at møde fremtidens udfordringer sammenlignet med unge fra andre lande? Kan de unge analysere informationer, kan de tage kritisk stilling, og kan de forklare deres synspunkter?

I PISA 2012, der er den femte PISA-testning, har 15-åriges matematikkompetencer været i fokus, ligesom deres holdninger til matematik er blevet undersøgt. Endvidere indgår testning af kompetencer i læsning og naturvidenskab.

I denne rapport gives en grundig beskrivelse af, hvad der er blevet undersøgt, og herunder gives eksempler fra PISA-testen. Det beskrives, hvordan resultaterne fra de danske elever ser ud i en international sammenhæng, især i et nordisk perspektiv, og det beskrives, hvorledes resultaterne hænger sammen med forhold i elevernes hjem og skoler.

ISBN 978-87-7488-804-8



Udgiver: KORA